ANNALES
UNIVERSITATIS MARIAE CURIE-SKŁODOWSKA
LUBLIN — POLONIA
VOL I, 3 SECTIO F 1946

Z Zakładu Logiki Matematycznej i Podstaw Matematyki Wydziału Przyrodniczego Uniwersytetu M. C. S.
Kierownik: Doc. Dr Jerzy Słupecki

JERZY SŁUPECKI

Uwagi o sylogistyce Arystotelesa*) [1])

Les remarques sur la syllogistique d'Aristodte

W pracy tej zaliczać będziemy do tez sylogistyki Arystotelesa nie tylko dwadzieścia cztery sylogizmy arystotelesowe, lecz również wszystkie prawa konwersji i kwadratu logicznego, a więc te wszystkie tezy logiki tradycyjnej, w których występują wyłącznie zdania elementarne typu:

a) każde a jest b symbolicznie: Uab [2])
b) pewne a jest b „ Iab
c) żadne a nie jest b „ Yab
d) pewne a nie jest b „ Oab

Jest rzeczą wiadomą, że niektóre tezy sylogistyczne zamieniają się w zdania fałszywe, gdy za ich zmienne podstawimy nazwy puste, przy czym w zależności od sensu, który nadajemy zdaniom a—d, mogą przy tych podstawieniach zmienić się w zdania fałszywe raz jedne, drugi raz inne spośród tez sylogistycznych.

Nasuwa się zagadnienie: czy istnieje taki sens zdań a—d, przy którym wszystkie tezy sylogistyczne pozostają zdaniami prawdziwymi, gdy za ich zmienne podstawiać będziemy również nazwy puste. Zagadnieniem tym zajmiemy się w tej pracy.

Wzorując się na pracach p. prof. J. Łukasiewicza, dotyczących sylogistyki [3]), zaliczymy do terminów pierwotnych tego systemu funktory U oraz I, funktory zaś Y oraz O definiujemy w sposób następujący:

Df. 1. $Yab = NIab$ [4])
Df. 2. $Oab = NUab$ [5])

*) Wszystkie odnośniki umieszczone są przy końcu pracy.

Na podstawie tych definicji oraz następujących czterech aksjomatów możemy udowodnić każdą tezę sylogistyki Arystotelesa:

1) *CUabIab*
2) *CIabIba*
3) *CKUmbUamUab*
4) *CKUmbIamIab* [6])

Zauważmy, że żadne z tych zdań nie wynika z trzech pozostałych. Nie wynikają również z tych zdań zdania *Uaa* oraz *Iaa*, które występują jako aksjomaty w systemie p. prof. J. Łukasiewicza.

Ustalmy sens zdań *a*, *b*, które zaliczyliśmy do terminów pierwotnych sylogistyki. Pomocnym nam tu będzie system rachunku nazw prof. St. Leśniewskiego, nazwany przez niego *„ontologią"* [7]).

System ten posiada dwie następujące własności, istotne dla naszych dalszych rozważań:

tezy ontologii pozostają prawdziwe, gdy za ich zmienne podstawiać będziemy dowolne nazwy, a więc też nazwy puste;

przy pomocy terminów tego systemu możemy zdefiniować wszystkie terminy sylogistyki.

Terminem pierwotnym ontologii jest funktor zdaniotwórczy ε o dwóch argumentach nazwowych.

Zdanie: εab [8]) czytamy: *a* jest *b*.

Zdanie to ma własność, że zamienia się w zdanie prawdziwe wtedy tylko, gdy za zmienną *a* podstawimy nazwę jednostkową.

Zdania *Uab* oraz *Iab* możemy zdefiniować na gruncie ontologii w sposób następujący:

$$\text{Df. A.}\quad Uab = K\Sigma x \varepsilon xa \Pi x C \varepsilon xa \varepsilon xb \text{ [9])}$$

$$\text{Df. B.}\quad Iab = \Sigma x K \varepsilon xa \varepsilon xb \text{ [10])}$$

W myśl definicji *A* zdanie „każde *a* jest *b*" jest prawdą wtedy i tylko wtedy, gdy *a* jest nazwą niepustą oraz gdy każdy przedmiot, będący *a* jest jednocześnie *b*.

W myśl definicji *B* zdanie „pewne *a* jest *b*" jest prawdą wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje przynajmniej jeden przedmiot, będący jednocześnie *a* oraz *b*.

Zachodzi następujące twierdzenie:

Twierdzenie I.

Jeśli terminy *U* oraz *I* będziemy rozumieli zgodnie z definicjami *A* i *B*, to zdania 1—4, które stanowią aksjomatykę sylogistyki Arystotelesa, będą tezami ontologii prof. St. Leśniewskiego.

Dowód tego twierdzenia pomijamy. Zaznaczmy tylko, że dla wykazania prawdziwości zdań 1—4 na gruncie ontologii wystarczy odwołać się do definicji *A* i *B*, nie potrzeba natomiast posługiwać się tymi tezami ontologii, których dowód musi być oparty na aksjomacie tego systemu.

Jak było już o tym wyżej powiedziane, tezy ontologii pozostają zdaniami prawdziwymi, gdy za ich zmienne podstawiać będziemy również nazwy puste, twierdzenie więc I. jest rozwiązaniem, postawionego przez nas zagadnienia.

Wartość jednak tego rozwiązania zależy w znacznej mierze od tego w jakim stopniu, narzucony przez nasze definicje, sens zdań *a*—*d* jest zgodny z potocznymi intuicjami.

Otóż, jak się zdaje, sens, który nadaliśmy terminom pierwotnym sylogistyki pokrywa się z potocznym rozumieniem tych terminów.

Zauważmy też, że definicja *A* jest jedną z dwu różnych definicji zdania „każde *a* jest *b*", które wprowadza w swym systemie prof. St. Leśniewski. Również definicja *B* jest zgodna z definicją zdania „pewne *a* jest *b*", występująca w ontologii.

Zastanówmy się teraz nad przyjętym przez nas sensem zdań *c* oraz *d*. Zestawiając ze sobą definicje 1 oraz *B*, otrzymujemy następującą definicję zdania ogólno-przeczącego:

Df. C. $Yab = N\Sigma x K \varepsilon xa \varepsilon xb$ [11])

W myśl tej definicji zdanie „żadne *a* nie jest *b*" jest prawdą wtedy i tylko wtedy, gdy żaden przedmiot nie jest jednocześnie *a* oraz *b*. Definicja ta jest również, jak się zdaje, w zupełnej zgodzie z potoczną intuicją. W analogiczny też sposób definiuje rozważane zdanie prof. St. Leśniewski.

Zestawiając z kolei definicje 2 oraz *A*, otrzymujemy następującą definicję zdania szczegółowo-przeczącego:

Df. D'. $Oab = NK\Sigma x \varepsilon xa \Pi x C \varepsilon xa \varepsilon xb$ [12])

Zdanie, które stoi po prawej stronie tej definicji, jest, jak łatwo widzieć, równoważne zdaniu

$AN\Sigma x \varepsilon xa \Sigma x K \varepsilon xa N \varepsilon xb$ [13])

Definicję więc *D* możemy zastąpić definicją

Df. *D'*. $Oab = AN\Sigma x \varepsilon xa \Sigma x K \varepsilon xa N \varepsilon xb$

W myśl tej definicji zdanie „pewne *a* nie jest *b*", jest prawdą wtedy i tylko wtedy, gdy spełniony jest jeden z następujących warunków:

α *a* jest nazwą pustą;

β istnieje przedmiot, który jest *a*, lecz nie jest *b*.

Widzimy więc, że definicja nasza nie jest zgodna z potoczną intuicją. Możemy jednak zdanie *Oab*, zgodnie z definicją 2, rozumieć wyłącznie jako skrót zdania *NUab* i czytać: nieprawda, że każde *a* jest *b*.

Zauważmy dalej, że o ile za zmienne nazwowe tez sylogistycznych podstawiać będziemy tylko nazwy niepuste, to warunek α nigdy nie będzie spełniony i zdanie Oab będzie równoważne zdaniu

$$\Sigma x K \varepsilon x a N \varepsilon x b,$$

którego sens jest zupełnie zgodny z potocznym rozumieniem zdania „pewne a nie jest b".

Zestawiając dotychczasowe nasze uwagi widzimy, że przyjęte przez nas aksjomaty pozostają zawsze zdaniami prawdziwymi, gdy za ich zmienne podstawiać będziemy również nazwy puste, jednak system nasz będzie w zupełnej zgodzie z potoczną intuicją wtedy tylko, gdy za zmienne nazwowe podstawiać będziemy wyłącznie nazwy niepuste. Takie też tylko nazwy miał prawdopodobnie na myśli twórca sylogistyki, budując swój system.

Zauważmy jeszcze, że nie potrafimy podać i co więcej sądzimy, że nie istnieje taki sens zdań a—d mniej lub więcej zgodny z potoczną intuicją i różny od nadanego w tej pracy, przy którym wszystkie tezy sylogistyki pozostawałyby zdaniami prawdziwymi, gdy za ich zmienne podstawiać będziemy również nazwy puste[14]).

ODNOŚNIKI

1) Praca ta jest streszczeniem referatu, który wygłosiłem w dn. 10. V. 1946 r. pod tym samym tytułem w Towarzystwie Filozoficznym i Psychologicznym w Lublinie.

2) W pracy tej posługiwać się będę symboliką p. prof. J. Łukasiewicza.

3) Są to prace następujące:

Elementy Logiki Matematycznej. Skrypt autoryzowany opracował M. Presburger, Warszawa 1929, str. 170—190.

Znaczenie analizy logicznej dla poznania. Przegląd Filozoficzny XXXVII. Warszawa 1934, str. 373.

O sylogistyce Arystotelesa. Sprawozdania z czynności i posiedzeń Polskiej Akademii Umiejętności. Tom XLIV, czerwiec 1939, str. 220—227.

4) Prawą stronę tej definicji czytamy: nieprawda, że pewne a jest b.

5) Prawą stronę tej definicji czytamy: nieprawda, że każde a jest b.

6) Aksjomaty 1—4 czytamy:

1. Jeśli każde a jest b, to pewne a jest b;
2. Jeli pewne a jest b, to pewne b jest a;
3. Jeśli każde m jest b oraz każde a jest m, to każde a jest b;
4. Jeśli każde m jest b oraz pewne a jest m, to pewne a jest b;

O ile mi wiadomo podany układ aksjomatów jest różny od wszystkich dotąd opublikowanych aksjomatyk sylogistyki Arystotelesa. Zauważmy jeszcze, że reguły wnioskowania, którymi posługujemy się przy dowodach tez sylogistycznych, są: reguła podstawiania, reguła odrywania, sformułowana dla funktora implikacji, oraz reguła definicyjnego zastępowania. Przy dowodach tez sylogistyki opieramy się na twierdzeniach rachunku zdań.

[7]) O systemie prof. St. Leśniewskiego mówią następujące prace:

Stanisław Leśniewski: O podstawach matematyki. Rodziały X, XI Przegląd Filozoficzny, rocznik 34, str. 142. Warszawa 1931.

Stanisław Leśniewski: O podstawach ontologii. Odbitka ze sprawozdań z posiedzeń Towarzystwa Naukowego Warszawskiego XXIII, Wydział III, Warszawa 1930.

Tadeusz Kotarbiński: Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk. Lwów 1929. Str. 227—247.

Bolesław Sobociński: O kolejnym upraszczaniu aksjomatyki „Ontologii" prof. St. Leśniewskiego. Fragmenty Filozoficzne. Warszawa 1934, str. 144—160.

[8]) Symbolika nasza różni się od symboliki prof. St. Leśniewskiego

[9]) Prawą stronę tej definicji czytamy: istnieje taki x, że x jest a oraz dla każdego x: jeśli x jest a, to x jest b.

[10]) Prawą stronę tej definicji czytamy: istnieje taki x, że x jest a oraz x jest b.

Zauważmy, że sposób w jaki zapisaliśmy definicję A i B odbiega w paru punktach od sposobu, w jaki prof. St. Leśniewski notuje definicję w swoim systemie.

[11]) Prawą stronę tej definicji czytamy: nieprawda, że (istnieje taki x, że x jest a oraz x jest b).

[12]) Prawą stronę tej definicji czytamy: nieprawda, że (istnieje taki x, że x jest a oraz dla każdego x: jeśli x jest a, to x jest b).

[13]) Zdanie to czytamy: nieprawda, że istnieje taki x, że x jest a lub istnieje taki x, że x jest a, lecz x nie jest b.

[14]) Wynika to między innymi z uwag, umieszczonych w pracy:

Jerzy Łoś: Próba askjomatyzacji logiki tradycyjnej, umieszczonej w tym Roczniku.

RESUME

Toutes les lois: de la conversion, du carré logique (de Boëce) et tous les 24 modes vrais de la syllogistique sont les conséquences des six propositions suivantes:

Axiome I. *CUablab*

Axiome II. *CIabIba*

Axiome III. *CKUmbUamUab*

Axiome IV. *CKUmbIamIab*

Definition I. *Yab* = df. *NIab*

Definition II. *Oab* = df. *NUab*

on lie: Si tout *a* est *b*, quelque *a* est *b*.

„ Si quelque *a* est *b*, quelque *b* est *a*.

„ Si tout *m* est *b* et tout *a* est *b*, tout *a* est *b*.

„ Si tout *m* est *b* et quelque *a* est *m*, quelque *a* est *b*.

„ „Nul *a* n'est *b*" équivaut (ex definitione) à la négation de la proposition „quelque *a* est *b*".

„ „Quelque *a* n'est pas *b*" équivaut (ex definitione) à la négation de la proposition „tout *a* est *b*".

Ces proposition restent vraiesmême si l'on substitue pour les variables les noms vides, On peut le démontrer par l'interprétation dans le système du prof. St. Leśniewski („*ontologie*").