

Zakład Fizyki Akademii Medycznej w Lublinie  
Kierownik: dr Stefan Wieluński

Institut Fizyki UMCS  
Zakład Fizyki Teoretycznej  
Kierownik: prof. dr hab. Stanisław Szpikowski

Institut Fizyki UMCS  
Zakład Fizyki Ogólnej i Dydaktyki Fizyki  
Kierownik: doc. dr Maksymilian Pilat

Witold OKULSKI, Mirosław ZAŁUŻNY,  
Maksymilian PILAT

### O rezonansie cyklotronowym w cienkich warstwach PbS i Bi

On the Cyclotron Resonance in Thin Films of PbS and Bi

О циклотронном резонансе в тонких пленках PbS и Bi

Badanie własności optycznych kwantowanych rozmiarowo warstw półprzewodnikowych w polu magnetycznym  $\vec{H}$  prostopadłym do warstwy daje możliwość dokładniejszego poznania ich struktury energetycznej. W przypadku, gdy jedna z osi głównych elipsoidy stałej energii jest prostopadła do powierzchni warstwy  $/x, y/$ , każde podpasmo rozmiarowe  $/N/$  dzieli się na serię poziomów Landaua  $/M/$ . Kiedy warunek ten jest niespełniony, kwantowania rozmiarowe i landauowskie sprzęgają się. Analityczne rozwiązanie równania Schrödingera napotyka wówczas na duże trudności. Jednakże przy małej anizotropii tensora  $W_{ij}$  odwrotności masy efektywnej lub małym kącie nachylenia osi elipsoidy względem

osi z prostopadłej do warstwy sprzężenie to jest istotne tylko wtedy, gdy poziomy  $|N_x|, |M_x| \approx 1/N^{\pm} \approx 1, M^{\pm} \approx 1/$  znajdują się blisko siebie. Energię elektronu można wówczas obliczyć za pomocą standardowego rachunku zaburzeń dla stanów quazizdegenerowanych. W pracy przedstawiono wyniki takich obliczeń trzech najniższych poziomów pasma przewodnictwa cienkiej warstwy /001/ PbS oraz warstwy Bi o powierzchni prostopadłej do osi trygonalnej /w materiałach tych był obserwowany kwantowy efekt rozmiarowy [2, 3]/. Obliczenia przeprowadzono metodą masy efektywnej w przybliżeniu parabolicznym.

W układzie, w którym oś z jest prostopadła do powierzchni, a oś x jest równoległa do jednej z osi głównych elipsoidy stałej energii /ryc. 1/, hamiltonian elektronu w obecności pola magnetycznego  $\vec{H}$  prostopadłego do powierzchni warstwy można zapisać w postaci

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}^{(0)} + \mathcal{H}^{(1)}, \quad /1/$$

gdzie

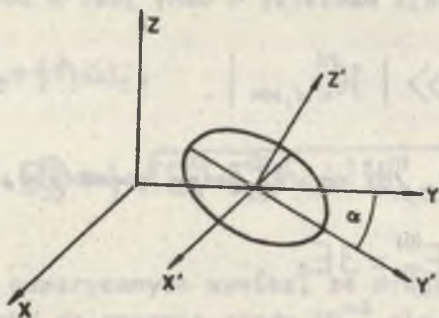
$$\mathcal{H}^{(0)} = \frac{1}{2} W_{xx} (p_x - \frac{e}{c} H y)^2 + \frac{1}{2} W_{yy} p_y^2 + \frac{1}{2} W_{zz} p_z^2 + V(z), /2a/$$

$$\mathcal{H}^{(1)} = W_{yz} p_y p_z, \quad /2b/$$

a  $V(z)$  jest potencjałem jednowymiarowej nieskończonej studni. Dla uproszczenia pominięto w /1/ człon spinowy, jako nieistotny w naszych rozważaniach. Tensor  $\vec{W}$  dany jest wzorem

$$\vec{W} = \begin{bmatrix} W_{x'x'} & 0 & 0 \\ 0 & W_{yy} \cos^2 \alpha + W_{zz} \sin^2 \alpha & (W_{zz'} - W_{yy}) \sin \alpha \cos \alpha \\ 0 & (W_{zz'} - W_{yy}) \sin \alpha \cos \alpha & W_{yy} \sin^2 \alpha + W_{zz} \cos^2 \alpha \end{bmatrix}, /3/$$

gdzie  $W_{x'x'}, W_{y'y'}, W_{z'z'}$  są wartościami głównymi tensora odwrotności masy efektywnej, a  $\alpha$  jest kątem między osiami  $y$  i  $y'$



Ryc. 1. Orientacja wybranej elipsoidy stałej energii

/ryc. 1/. Dla warstwy /001/ PbS,  $\alpha = 35^{\circ}16'$ ,  $W_{x'x'} = W_{y'y'} = 10,0m_0^{-1}$  i  $W_{z'z'} = 9,09m_0^{-1}$  [4]. Dla warstwy Bi z osią trygonalną prostopadłą do powierzchni,  $\alpha = 6^{\circ}23'$ ,  $W_{x'x'} = 141m_0^{-1}$ ,  $W_{y'y'} = 0,585m_0^{-1}$ ,  $W_{z'z'} = 87,0m_0^{-1}$  [1].

Funkcje własne  $\Psi_{NM}^{(0)}$  operatora  $\mathcal{H}^{(0)}$  są dobrze znane [5]. W bazie funkcji  $\Psi_{NM}^{(0)}$  elementy macierzowe hamiltonianu  $\mathcal{H}$  mają postać

$$\mathcal{H}_{NM, NM} = E_{NM}^{(0)} = N^2 E_0 + (M + \frac{1}{2}) \hbar \omega_c, \quad /4/$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{N'M', NM}^{(1)} = \mathcal{H}_{N'M, NM}^{(1)} = & -4 \sqrt{\frac{\hbar^3 e}{c}} \frac{\sqrt{H}}{L} W_{yz} \left( \sqrt{\frac{M}{2}} \delta_{M', M-1} \right. \\ & \left. - \sqrt{\frac{M+1}{2}} \delta_{M', M+1} \right) \frac{NN'}{N^2 - N'^2} \frac{1 - (-1)^{N-N'}}{2} \sqrt{\frac{W_{xx}}{W_{yy}}}, \quad /5/ \end{aligned}$$

gdzie L oznacza grubość warstwy,

$$E_0 = \frac{\pi^2 \hbar^2 W_{zz}}{2L^2}, \quad \omega_c = \frac{eH}{c} \sqrt{W_{xx} W_{yy}} = \frac{eH}{m_c c},$$

a  $m_c$  jest masą cyklotronową masywnego kryształu.

Mała wartość  $W_{yz}$  dla rozważanych tu warstw sugeruje potraktowanie  $\mathcal{H}^{(1)}$  jako zaburzenia. Warunek stosowalności rachunku za-

burzeń do diagonalizacji macierzy  $\mathcal{H}$  dany jest w postaci

$$|E_{NM}^{(0)} - E_{N'M'}^{(0)}| \gg |\mathcal{H}_{N'M', NM}^{(1)}|. \quad /6/$$

Podstawiając /3/, /4/, /5/ do /6/ łatwo sprawdzić, że gdy

$$\hbar\omega_c \ll E_{20}^{(0)} - E_{10}^{(0)} = 3E_0, \quad /7/$$

warunek /6/ nie jest spełniony tylko dla elementów macierzo-  
wych  $\mathcal{H}_{1M, 2M-1}$ , gdyż różnica energii między poziomami /1,M/  
i /2,M-1/ jest porównywalna z  $|\mathcal{H}_{1M, 2M-1}^{(1)}|$ . Taką macierz można  
diagonalizować dwoma krokami. Najpierw za pomocą rachunku  
zaburzeń dla stanów quazidegenerowanych należy usunąć elemen-  
ty macierzowe  $\mathcal{H}_{1M, 2M-1}^{(1)}$  przez odpowiednią transformację uni-  
tarną bazy. Jej wynikiem jest zmieszanie poziomów /1,M/ i  
/2,M-1/. Po tym kroku diagonalizacji otrzymujemy nowy hamilton-  
nian  $\tilde{\mathcal{H}}$ , którego elementy spełniają warunek /6/. Można wów-  
czas diagonalizować macierz  $\tilde{\mathcal{H}}$  za pomocą standardowego rachun-  
ku zaburzeń.

Jako wynik pierwszego kroku diagonalizacji otrzymujemy  
funkcje falowe i energie trzech najniższych poziomów odpowied-  
nio równe:

$$\Psi_1 = \Psi_{10}^{(0)}, \quad /8a/$$

$$\Psi_2 = \Psi_{11}^{(0)} \cos \frac{\beta}{2} + \Psi_{20}^{(0)} \sin \frac{\beta}{2}, \quad /8b/$$

$$\Psi_3 = -\Psi_{11}^{(0)} \sin \frac{\beta}{2} + \Psi_{20}^{(0)} \cos \frac{\beta}{2} \quad /8c/$$

gdzie

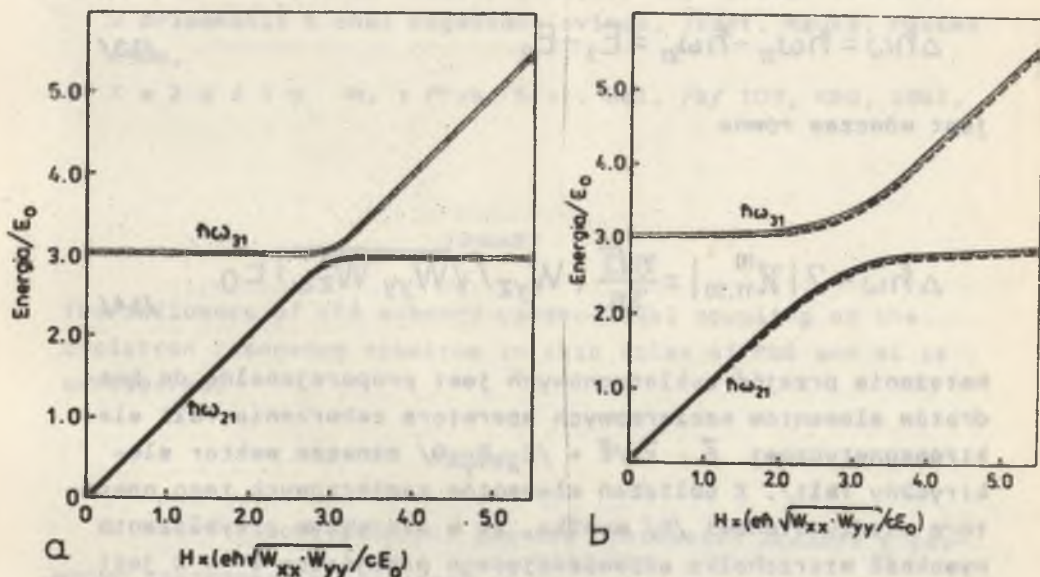
$$0 \leq \beta < \pi,$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{2 \mathcal{H}_{11, 20}^{(1)}}{E_{11}^{(0)} - E_{20}^{(0)}} = - \frac{16 \hbar \sqrt{eH} W_{xy}}{3 \sqrt{2} \sqrt{c} L (\hbar\omega_c - 3E_0)} \sqrt{\frac{W_{xx}}{W_{yy}}}, \quad /9/$$

$$E_1 = E_{10}^{(0)} = E_0 + \frac{1}{2} \hbar \omega_c, \quad /10a/$$

$$E_3 = \frac{1}{2} (E_{11}^{(0)} + E_{20}^{(0)}) \mp \frac{1}{2} \sqrt{(E_{11}^{(0)} - E_{20}^{(0)})^2 + 4 |K_{11,20}^{(1)}|^2}. \quad /10b/$$

Z obliczeń numerycznych wynika, że drugi krok diagonalizacji daje poprawki do energii rzędu  $10^{-4}$  dla PbS /a więc można je pominąć/ oraz rzędu  $10^{-2}$  dla Bi /poprawka ta odpowiada różnicy między krzywą ciągłą i przerywaną na ryc. 2/. Różnice energii  $\hbar \omega_{21} = E_2 - E_1$  i  $\hbar \omega_{31} = E_3 - E_1$  mogą być wyznaczone metodami optycznymi poprzez pomiar położenia wierzchołków absorpcyjnych rezonansu cyklotronowego. Zależność częstotliwości rezonansowych  $\omega_{21}$ ,  $\omega_{31}$  od natężenia pola magnetycznego przedstawiają krzywe ciągłe na ryc. 2.



Ryc. 2. Zależność częstotliwości rezonansowych  $\omega_{21}$  i  $\omega_{31}$  od natężenia pola magnetycznego: a/ dla warstwy /001/ PbS, b/ dla warstwy Bi z osią trygonalną prostopadłą do powierzchni. Krzywe ciągłe przedstawiają wyniki otrzymane po pierwszym kroku diagonalizacji hamiltonianu /1/, krzywe przerywane - po drugim kroku diagonalizacji

Ze wzorów /10/ wynika, że z dokładnością do wyrazów rzędu  $1,5 W_{yz}^2 / W_{yy} W_{zz}$ , maksymalne zbliżenie wierzchołków występuje, gdy

$$\hbar\omega_c = E_{20}^{(0)} - E_{10}^{(0)}, \quad /11/$$

tj. dla natężenia pola

$$H = \frac{3cm_c}{\hbar e} E_0. \quad /12/$$

Rozszczepienie wierzchołków absorpcyjnych wywołane mieszaniami poziomów /1,1/ i /2,0/

$$\Delta\hbar\omega = \hbar\omega_{31} - \hbar\omega_{21} = E_3 - E_2 \quad /13/$$

jest wówczas równe

$$\Delta\hbar\omega = 2|\mathcal{K}_{11,20}^{(1)}| = \frac{16\sqrt{3}}{3\pi} (W_{yz} / \sqrt{W_{yy} W_{zz}}) E_0. \quad /14/$$

Natężenie przejść cyklotronowych jest proporcjonalne do kwadratów elementów macierzowych operatora zaburzenia fali elektromagnetycznej  $\vec{E} \cdot \vec{r} / E = /E_x, E_y, 0/$  oznacza wektor elektryczny fali/. Z obliczeń elementów macierzowych tego operatora między stanami /8/ wynika, że w pierwszym przybliżeniu wysokość wierzchołka odpowiadającego przejściom  $1 \rightarrow 2$  jest proporcjonalna do  $\cos^2 \frac{\beta}{2}$ , zaś dla przejść  $1 \rightarrow 3$  - do  $\sin^2 \frac{\beta}{2}$ .

Ze wzorów /11/, /12/, /14/ widać, że z pomiarów magnetoabsorpcyjnych wykonanych w polach, w których występuje hybrydyzacja poziomów /1,1/ i /2,0/, można wyznaczyć jednocześnie częstotliwość cyklotronową i energię kwantowania rozmiarowego  $E_0$ .

oraz otrzymać informacje o elementach tensora odwrotności nasy efektywnej /3/. Doświadczalne stwierdzenie mieszania poziomów byłoby również bezpośrednim potwierdzeniem jednoczesnego kwantowania rozmiarowego i landauowskiego.

## PIŚMIENICTWO

1. F r e z m a n W. L. , G e t t y s W. E. : Phys. Rev. 17, 523, 1977.
2. L u t s k i i V. N. , S a v c h e n k o A. K. : ŽETF Pisma Red. 29, 219, 1979.
3. S a l a s h c h e n k o N. N. , F i l a t o v O. N. : Fiz. Tekh. Polpr. 13, 1749, 1979.
4. R e v i č Ju. J. , E f i m o v a B. A. , S m i r n o v I. A. : Metody issledovanija poluprovodnikov v primenenii k chal'kogenidam svince, Izdat. Nauka, Moskwa 1968.
5. Z a ł u z n y M. : Phys. Stat. Sol. /b/ 109, K69, 1982.

## SUMMARY

The influence of the subband-Landau-level coupling on the cyclotron resonance spectrum in thin films of PbS and Bi is considered.

## PEZDME

В работе рассматривается влияние соприкосновения Ландауа и размерно квантованных состояний на спектр циклотронного резонанса в тонких пленках PbS и Bi.

