ANNALES
UNIVERSITATIS MARIAE CURIE-SKŁODOWSKA
LUBLIN-POLONIA
VOL. IX/X SECTIO J 1996/1997

Wydział Pedagogiki i Psychologii
Zakład Psychopedagogiki Specjalnej

GRAŻYNA TKACZYK

Wykorzystanie metod czynnościowych w kształtowaniu pojęcia liczby naturalnej w szkole specjalnej

The use of functional methods in the formation of a notion of a natural number in a special school

Liczbami naturalnymi są liczby całkowite nieujemne. Aksjomatyczne ujęcie arytmetyki liczb naturalnych pochodzi od matematyka włoskiego G. Peano. Pojęciami pierwotnymi zbudowanej przez niego arytmetyki liczb naturalnych są:

1) liczba zero oznaczana symbolem 0,

2) zbiór wszystkich liczb naturalnych N,

3) funkcja następnika, która przyporządkowuje każdej liczbie naturalnej o jeden większą.

Nie wdając się w skomplikowany charakter rozważań opierających się na aksjomatach sformułowanych przez G. Peano, można stwierdzić, iż następnik dowolnej liczby naturalnej jest bądź zerem, bądź następnikiem jakiejś liczby naturalnej (Radzikowski 1975). Najczęściej w dydaktyce matematyki mówi się o pięciu aspektach liczby naturalnej, a mianowicie: kardynalnym, porządkowym, miarowym, algebraicznym oraz kodowym. Prawidłowy rozwój pojęcia liczby wymaga jednakowego traktowania wszystkich pięciu aspektów, które się wzajemnie uzupełniają. Kształtując pojęcie liczby naturalnej, należy dbać o wieloaspektowość tego pojęcia, wykorzystywać kompetencje liczbowe posiadane przez dzieci wstępujące do szkoły, nie lekceważyć ich wiadomości i doświadczeń zdobytych na drodze naturalnego uczenia się od dorosłych i starszych kolegów. W nauczaniu należy celowo działać tak, aby dziecko mogło połączyć w całość pojęcia cząstkowe i aby doprowadzić do syntezy różnych aspektów pojęcia liczby – fundamentalnego pojęcia arytmetyki.

W kształtowaniu pojęcia liczby wydaje się więc słuszne stałe i systematyczne dążenie do syntezy wszystkich jej aspektów, w szczególności ordynalnego i kardynalnego, poprzez wiązanie liczenia z ilością od samego początku.

Zasady poprawnego liczenia formułuje R. Gelman i T. P. Fischer:

1) zasada kardynalności – ostatni wypowiedziany liczebnik jest liczbą kardynalną zbioru,

2) zasada „jeden – jeden" – jeden dotyk, jedna nazwa,

3) zasada ustalonego porządku – obieram porządek w zbiorze elementów i przeliczam je,

4) zasada abstrakcji – niejednorodne elementy mogą być łączone razem w procesie przeliczania,

5) zasada niezależności porządkowej – porządek wyliczania jest w ustalonym zbiorze bez znaczenia; jeśli zaczniemy liczyć od innego elementu, otrzymamy tę samą liczbę (za Siwek 1992).

Znajomość problemów związanych z aspektami pojęcia liczby i zasadami metody czynnościowej pozwoli nauczycielowi zaplanować pełne i skuteczne opracowanie monografii każdej z liczb. Przez monograficzne opracowanie liczb poznają uczniowie wewnętrzną budowę danej liczby. Ponieważ podstawą prawidłowego poznania jest sytuacja dla ucznia zrozumiała i jasna, powiązana z działaniami na konkretach, dlatego monografia danych liczb przebiegać będzie na przykładach konkretnych zbiorów. Przystępując do opracowania danej liczby jeszcze raz wprowadzamy daną cyfrę, jej figurę liczbową, łączymy ją z danym zbiorem elementów w układzie liniowym lub kostkowym, uczymy się ją czytać i pisać.

Monografię liczb można podzielić na dwie części. Pierwsza obejmuje opracowanie liczb od 1 do 6. W tym czasie istnieje możliwość wykorzystania różnorodnych sytuacji, bogatych konkretów, a także następujących ośrodków: „Jesień w parku i w polu." „Idzie zima." „Jestem uczniem klasy I." „Życie dziecka w domu rodzinnym." „Święta gwiazdkowe."

W drugim okresie poznajemy liczby od 7 do 10 na podstawie następujących tematów ośrodków pracy: „Odzież zimowa." „Zabawy zimowe." „Zwierzęta domowe." „Zajęcia rodziców."

Następnie można wprowadzić formuły pisemne działań matematycznych i ćwiczenia utrwalające w zakresie 10 na tematyce związanej z ośrodkiem: „Szukamy wiosny." „Święta Wielkanocne." „Już wiosna." (Pierzchalska 1991, s. 90)

Poznając wewnętrzną budowę danej liczby i rozkładając ją na składniki, uczniowie działają na konkretnych zbiorach, zastępując je liczmanami i figurami liczbowymi. Dziecko kojarzy cyfrę z liczbą różnych przedmiotów występujących w otoczeniu, liczmanów posiadanych w swoim zestawie oraz z figurą liczbową. Głównym celem w monograficznym opracowaniu liczb jest przede wszystkim wyrobienie umiejętności rozkładania i łączenia składników w obrębie danej liczby. Przy wprowadzaniu każdej następnej liczby należy zwrócić uwagę na fakt powstania każdej nowej liczby przez zwiększenie poprzedniej o jeden.

W kształtowaniu pojęcia liczby naturalnej ogromną rolę odgrywa metoda czynnościowa. Twórcą koncepcji czynnościowego nauczania matematyki jest światowej sławy dydaktyk matematyki Zofia Krygowska.

Czynnościowe nauczanie matematyki jest postępowaniem dydaktycznym, uwzględniającym stale i konsekwentnie operatywny charakter matematyki równolegle z psychologicznym procesem interioryzacji, prowadzącym od czynności konkretnych i wyobrażeniowych do operacji abstrakcyjnych. Czynnościowe nauczanie matematyki opiera się na:

1) wydobyciu przez analizę teoretyczną z materiału nauczania podstawowych operacji w każdej definicji, twierdzeniu, dowodzie;

2) świadomym organizowaniu sytuacji problemowych sprzyjających procesowi interioryzacji i kształtowaniu myślenia matematycznego ucznia jako specyficznego działania, jako swobodnego i świadomego posługiwania się przyswajanymi stopniowo operacjami oraz na konsekwentnym stosowaniu zabiegów dydaktycznych, mających na celu zapewnienie prawidłowości i efektywności tego procesu (Krygowska 1977, s. 81).

Tak więc zdobywanie wiadomości matematycznych w myśl tej metody winno polegać na posługiwaniu się konkretami, modelami obrazowymi i strukturami pojęciowo-teoretycznymi.

Pojęcie metody czynnościowej rozszerzyli dydaktycy nauczania początkowego na wszystkie metody, których elementem są działania ruchowe, manipulacyjne i narzędziowe wykorzystywane zarówno w celu przekształcania rzeczywistości, jak i jej badania oraz analizy zadań teoretycznych. W tym ujęciu do grupy metod czynnościowych włącza się nie tylko metody praktyczne, ale także zabawy ruchowe i gry dydaktyczne, wszelkie metody poglądowe, wykorzystujące poglądowość w sposób czynny, oraz metody słowne, którym towarzyszą różne ćwiczenia graficzne. Oznacza to, że nauczanie czynnościowe łączy różne metody nauczania w określony system. Im wyższy jest wskaźnik integracji metod, tym łatwiejsza i bardziej skuteczna może okazać się realizacja założeń nauczania czynnościowego. Realizację czynnościowych metod nauczania rozpatrzę na przykładzie opracowania liczby w aspekcie kardynalnym.

U podstaw pojęcia liczby naturalnej, jako liczby kardynalnej, leży pojęcie równoliczności zbiorów. Uznajemy, że dwa zbiory są równoliczne wówczas, gdy istnieje odwzorowanie wzajemnie jednoznaczne jednego zbioru na drugi. Zachodzi to więc wtedy, gdy każdemu elementowi pierwszego zbioru jest przyporządkowany dokładnie jeden element zbioru drugiego i każdy element drugiego zbioru jest obrazem tylko jednego elementu zbioru pierwszego.

Równoliczność można ustalać w inny sposób, np. na poziomie enaktywnym przez łączenie w pary, nakładanie parami elementów, otaczanie pętelkami – podobnie można stosować inne niż strzałkowe schematy graficzne. Gdy wyobrazimy sobie rozmaite zbiory skończone, to można wśród nich zauważyć zbiory równoliczne, mające po 2 elementy, po 5 elementów, po 14 elementów itp. Wspólna własność zbiorów równolicznych (abstrahujemy tu od rodzaju przedmiotów, koloru, wielkości, kształtu itd.) jest liczbą naturalną.

Przykładowo opracowujemy liczbę 7 w aspekcie kardynalnym. Zgodnie z definicją mocy zbiorów należy wykonać szereg czynności, przygotować różne zbiory (głównie o siedmiu elementach), następnie badać, czy są one równoliczne, wyróżnić te, które cechuje równoliczność, aby wreszcie przypisać klasie tych zbiorów liczbę 7. Jednocześnie należy zadbać o zorganizowanie sytuacji problemowych sprzyjających procesowi interioryzacji. W związku z tym dzieci powinny badać, czy podane zbiory (konkretnych przedmiotów) są równoliczne, podawać samodzielnie inne przykłady zbiorów równolicznych z już wyróżnianymi, podawać kontrprzykłady, obserwować różnice i podobieństwa. Po ćwiczeniach na konkretnych przedmiotach przechodzimy do ćwiczeń na rysunkach, na schematach, korzystając bardziej z wyobraźni, żeby następnie przejść do ćwiczeń pomyślanych, wyrażonych słownie, opisanych naturalnym i jakże zrozumiałym językiem dziecka (Siwek 1992).

W każdym pojęciu matematycznym, w każdej właściwości, w każdym rozumowaniu dedukcyjnym tkwią operacje abstrakcyjne. Czynnościowe uczenie się matematyki to interioryzowanie tkwiących w niej operacji. Często proces ten rozpoczyna się od czynności konkretnych i przez czynności wyobrażone doprowadza do operacji abstrakcyjnych. Zachowana musi być przy tym zasada kompleksowego interioryzowania operacji wzajemnie odwrotnych operacjami bliskimi i kontrastowymi. Ważną rolę pełni też odkrywanie niezmienników operacji i wiązanie z nimi poznawanych pojęć. Kształtując pojęcie liczby naturalnej u dziecka tak organizujemy nauczanie, aby od operacji konkretnych na przedmiotach z otoczenia i na środkach poglądowych przejść do operacji wykonywanych na schematach, rysunkach, grafach dających podporę wyobraźni i dojść do operacji abstrakcyjnych na symbolach.

Naukę o liczbie poprzedzamy ćwiczeniami jakościowymi, stanowiącymi bazę doświadczeń uwzględnienia różnych aspektów pojęcia liczby, nie można bowiem ograniczyć się do „musztry rachunkowej”, która utrwala werbalizm, nie rozwija, tylko kładzie nacisk na zapamiętywanie (np. tabliczki dodawania) czy na naśladowanie bezpośrednie w jego ujemnym znaczeniu (Siwek 1985). Konieczne jest ponadto zwrócenie baczniejszej uwagi na wykorzystanie sytuacji z życia i otaczającej rzeczywistości, zwiększenie nacisku na korzystanie ze środków poglądowych przed wprowadzeniem nazw i symboli liczb, działań, a więc przed przejściem do reprezentacji symbolicznej.

W klasach początkowych zależy nam na operatywnym rozumieniu pojęcia liczby. Operatywne rozumienie odróżnia się od rozumienia formalnego. To pierwsze przejawia się w umiejętności stosowania pojęcia w zadaniach i ćwiczeniach, zaś drugie – w werbalnej znajomości definicji.

Z operatywnego rozumienia pojęcia liczby wynika potrzeba postępowania na lekcjach matematyki zgodnie z metodą czynnościową, według której przy wprowadzaniu nowych pojęć powinny występować następujące ćwiczenia (Krygowska 1977):

1) „ćwiczenia proste", w których uczeń ma wykonać prostą czynność;

2) „ćwiczenia odwrotne" do poprzednich, a więc wymagające wykonania czynności odwrotnej do poprzedniej, tak aby móc nadać czynnościom kształt operacji;

3) ćwiczenie tej samej operacji myślowej na różnych materiałach;

4) zadania prowadzące do różnych ciągów operacji o tym samym rezultacie;

5) zadania prowokujące konflikt myślowy takiego poziomu, że dziecko chce i może go pokonać;

6) ćwiczenia o tematyce wyrażonej słowami;

7) ćwiczenia różnych form zapisu tego samego zadania.

Te ogólne typy ćwiczeń zostaną zilustrowane zadaniami dotyczącymi kolejnych aspektów liczby naturalnej 7, przy czym przykłady odnoszą się do operacji konkretnych. Analogicznie można konstruować zestaw ćwiczeń do operacji wyobrażonych i abstrakcyjnych. Helena Siwek (1992) proponuje:

ASPEKT KARDYNALNY

1) Sprawdzanie, czy podane zbiory (np. nauczyciel demonstruje kilka zbiorów siedmioelementowych) mają po tyle samo elementów.

2) Wskazywanie w klasie zbiorów, które by miały tyle samo elementów, co zbiory z zadania poprzedniego.

3) Sprawdzenie na różnych materiałach – przedmiotach z otoczenia, środkach poglądowych, wyciętych rysunkach, czy wskazane zbiory są równoliczne.

4) Różne sposoby ustawiania, przyporządkowywania, nakładania jeden na drugi elementów dwóch zbiorów, prowadzące do stwierdzenia, że zbiory są równoliczne.

5) Sprawdzanie, czy zbiory o niejednorodnych masach, objętościach, wielkości itp. (np. siedmiu kółek dużych i siedmiu kółek małych) są równoliczne.

6) Badania równoliczności zbiorów konkretnych przedmiotów, ale opisanych słownie (np. porównywanie zbiorów samochodów na parkingu, balkonów i drzwi w blokach).

7) Uwzględnianie różnych form ustalania równoliczności zbiorów siedmioelementowych – jeden element pod drugim, grafy strzałkowe, ustawianie w dwa równoległe rzędy w okienkach itp.

ASPEKT PORZĄDKOWY

1) Przeliczanie elementów zbioru siedmioelementowego uporządkowanego liniowo.

2) Podawanie przykładów zbiorów o 7 elementach z uzasadnieniem polegającym na ich numerowaniu.

3) Przeliczanie przedmiotów z otoczenia, przedstawionych na rysunkach, z zestawów klocków, z liczydła itp.

4) Przeliczanie elementów danego zbioru rożnymi sposobami, np.: zaczynając od najmniejszego do największego lub odwrotnie, uwzględniając wybrany kolor, kształt czy inną szczególną cechę.

5) Przeliczanie danego zbioru klocków. Pytamy, ile będzie, jeśli zaczniemy liczenie od coraz to innego klocka.

6) Przeliczanie różnych obiektów opisanych słownie (np. wybranych miast, zabytków, głosek w wyrazie „piórnik").

7) Numerowanie przedmiotów i ustawianie w łańcuch, na osi liczbowej, w schodki itp.

ASPEKT MIAROWY

1. Mierzenie wskazanych przedmiotów podaną jednostką (może to być np. ołówek, pasek papieru, brzeg stołu).
2. Konstruowanie czy wskazywanie przedmiotów o mierze 7, np. odcięcie z danego paska papieru (dłuższego niż 7 jednostek) paska o długości 7.
3. Odmierzanie 7 jednostek długości, pola (kratek), objętości (kostek) na różnych materiałach (na podłodze, oknie, stole, tablicy, podwórku oraz na środkach poglądowych – geoplanie, klockach).

4. Mierzenie przedmiotów różnymi sposobami (np. blaty stolika – najpierw od lewego końca, potem od prawego, figury na geoplanie – w pionie i poziomie, wieży z klocków – według różnych płaszczyzn) i porównywanie wyników pomiaru.

5. Mierzenie różnymi jednostkami, dyskusja nad różnymi wynikami.

6. Porównywanie miar różnych wielkości opisanych słownie (np. odległości miast, ich obszarów, dróg uczniów do szkoły).

7. Wyróżnianie interesującej nas długości kolorem, wektorem, przez opis za pomocą cyfry itp.

ASPEKT ALGEBRAICZNY

1) Znajdowanie sumy dwóch zbiorów rozłącznych (kasztanów, śliwek, klocków itp.) odpowiednio o 6 i 7 elementach, 5 i 2 elementach, 4 i 3 elementach itp.

2) Rozkładanie konkretnych zbiorów siedmioelementowych na dwa zbiory rozłączne.

3) Tworzenie sumy zbiorów przedmiotów wziętych z otoczenia, elementów z różnych zestawów klocków, przedstawionych na rysunkach w podręczniku, i szukanie liczby jej elementów.

4) Rozkładanie zbioru siedmioelementowego na różne podzbiory rozłączne (takie rozkłady można krótko opisać symbolicznie, np. $7 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$, $7 = 2 + 2 + 2 + 1$, $7 = 3+ 2+ 2$).

5) Uwzględnienie zbioru pustego (skrajny przypadek) w rozkładzie zbioru siedmioelementowego (według równania: $7 = 7+ [\ \ ]$).

6) Znajdowanie liczby elementów złączenia zbiorów rozłącznych opisywanych słownie (dających w sumie zbiór siedmioelementowy).

7) Zapisywanie liczby 7 jako sumy dwóch składników w postaci drzewka, grafu strzałkowego, równości, w tabelce.

Wydaje się więc słuszne przy kształtowaniu pojęcia liczby stałe i systematyczne dążenie do syntezy wszystkich jej aspektów, w szczególności ordynalnego i kardynalnego, przez wiązanie liczenia z ilością od samego początku. Mimo że aspekt porządkowy bywa uprzywilejowany, dzieci często nie operują właściwie pojęciem liczby, gdyż nie przestrzegają zasad poprawnego liczenia.

U dzieci bardzo wcześnie występuje zachowanie zasady kardynalności, zanim jeszcze poznają one sens liczebników. Dziecko np. przelicza elementy zbioru pięcioelementowego, wymawiając kolejno słowa: jeden, dwa, trzy, pięć, dziesięć i podaje jako liczebność zbioru liczbę 10. A więc postępuje poprawnie, bowiem wymienia ostatni z liczebników jako liczność zbioru, jakkolwiek nie zna jeszcze nazw kolejnych liczebników.

Niewątpliwie znajomość problemów związanych z aspektami pojęcia liczby i zasadami metody czynnościowej pozwoli nauczycielowi zaplanować pełne i skuteczne opracowanie monografii każdej z liczb.

BIBLIOGRAFIA

Krygowska Z., *Zarys dydaktyki matematyki*, t. 1, WSiP, Warszawa 1977.

Pierzchalska A., *Realizacja treści programowych z matematyki w klasie pierwszej* [w:] O. Likszo (red.), *Elementy metodyki nauczania dzieci klas I-III szkoły specjalnej dla upośledzonych umysłowo w stopniu lekkim*, Wydawnictwo Wojewódzkiego Ośrodka Medycznego, Zielona Góra 1991.

Programy szkoły podstawowej dla dzieci upośledzonych umysłowo w stopniu lekkim klasy I-VIII, WSiP, Warszawa 1985.

Radzikowski J., *Wybrane zagadnienia z podstaw matematyki*, Wydawnictwo PIPS, Warszawa 1975.

Siwek H., *Możliwości matematyczne uczniów szkoły specjalnej. Zarys teorii i propozycje rozwiązań metodycznych*, WSiP, Warszawa 1992.

Siwek H., *Możliwości matematyczne uczniów szkoły specjalnej. Naśladowanie wzorca i dostrzeganie prawidłowości w prostych sytuacjach matematycznych i paramatematycznych przez dzieci upośledzone w stopniu lekkim*, Wydawnictwo Naukowe WSP, Kraków 1985.

SUMMARY

The paper discussed the use of functional methods in the formation of a notion of a natural number in a special school. The notion of functional teaching of mathematics was worked out by world famous mathematics teacher, Zofia Krygowska. The notion of a functional method was expanded by teachers at elementary level onto all methods that combine movement, manipulation and tools used to transform the reality. In this view, functional methods include not only practical methods but also movement games, didactic games and visual methods that utilize visualization in an active way as well as verbal methods accompanied by various forms of graphic exercises.

This means that functional teaching combines different methods of teaching into a definite system. The higher the intelligence index is, the easier and more efficient realization of the assumptions of functional teaching can prove to be.

A realization of functional methods of teaching was viewed on an example of working on the number in a cardinal aspect.

General types of exercises were illustrated with the exercises concerning successive aspects of number “7”.