ANNALES
UNIVERSITATIS MARIAE CURIE-SKŁODOWSKA
LUBLIN — POLONIA
VOL. XXXVIII, 14 SECTIO AAA 1983

Instytut Fizyki UMCS
Zakład Fizyki Teoretycznej
Kierownik: prof. dr hab. Stanisław Szpikowski

Stanisław SZPIKOWSKI

Mikroskopowa interpretacja bozonów „s" w formalizmie izospinu

Microscopical interpretation of s-bosons in the isospin formalism

Микроскопическая интерпретация бозонов в изоспинном формализме

WSTĘP

Model oddziałujących bozonów wprowadzony w 1974 r. przez Arima i Iachello [1-2] (IBM-Interacting Boson Model) i następnie ugruntowany przez autorów zarówno opracowaniem teoretycznym, jak i interpretacją obszernego zakresu wyników doświadczalnych [3], jest w dalszym ciągu przedmiotem bardzo żywego zainteresowania. W pierwszej wersji model ten opisywał własności jąder atomowych bez rozróżniania protonów i neutronów. Dopiero jego uogólnienie, tak zwany model IBM-2, pozwoliło na uwzględnienie stopni swobody protonowych i neutronowych. Jednakże wprowadzony w tym celu formalnie tak zwany F-spin [4] nie miał żadnej interpretacji, a wydaje się i znaczenia fizycznego. Ostatnio Elliott i White [5] zaproponowali dołączenie do bozonów protonowych i neutronowych także bozonów protonowo-neutronowych, co pozwoliło na wprowadzenie fizycznego izospinu do przestrzeni bozonowej.

Według przyjętej interpretacji fenomenologicznej bozony traktuje się w modelu IBM jako odpowiednio skorelowane pary nukleonów.

Jednakże dokładne określenie tej korelacji, mimo wielu różnych prób, nie zostało do tej pory jednoznacznie ustalone. Podstawowy model bozonowy zawiera dwa fenomenologiczne bozony, bozon "s" o momencie pędu $L = 0$ oraz bozon "d" o $L = 2$. W rozszerzonym modelu izospinowym [5] dodaje się izospinowy stopień swobody z liczbami kwantowymi całkowitego izospinu $T = 1$ oraz jego trzeciej składowej $T_0 = -1, 0, +1$ odpowiednio dla bozonów protonowych, protonowo-neutronowych. W modelu bozonowym, aczkolwiek czysto fenomenologicznym można stosunkowo łatwo zinterpretować matematyczne doświadczenie. Znaczenie tego modelu potwierdzone zostało właśnie sukcesami w opisie wyników eksperymentów. Ponadto, zaletą fizyczną modelu jest to, że eksponuje się i wykorzystuje w modelu przede wszystkim własności symetrii. Matematyczna zaleta modelu polega natomiast na tym, że pewne specjalne stany jąder atomowych (np. stany rotacyjne czy stany wibracyjne) dają się opisywać analitycznymi formułami. Mimo tych zalet nie udało się do tej pory, na przekór wielu próbom z częściowo pozytywnymi rezultatami [6-14], podać w sposób niesprzeczny mikroskopowej interpretacji modelu. Model ten jest także poddawany krytyce ze względu na jego założenia fizyczne [15].

Praca niniejsza może być uważana za jeszcze jeden sposób powiązania modelu IBM z mikroskopowym, ferminowym opisem jąder atomowych.

IZOSPINOWE BOZONY "s"

Ograniczymy się tutaj do izospinowych bozonów "s" w celu uniknięcia niepotrzebnych komplikacji wprowadzonych przez bozony "d". Pominięcie to nie będzie miało wpływu na zawężenie głównego celu tej pracy, a mianowicie na uzasadnienie nowego sposobu interpretacji mikroskopowej modelu IBM, natomiast zapewni analityczny charakter rozważań.

Zaczniemy jednak od komentarza wskazującego na pewne trudności izospinowego modelu bozonowego. Jeżeli ograniczymy się tylko do bozonów protonowych i bozonów neutronowych, tak jak w wersji F-spinu [4], to wówczas wektor stanu zapisany w liczbie obsadzeń n_n bozonów neutronowych i n_p bozonów protonowych

$$|n_n, n_p\rangle$$

jest ortogonalny do wektora $|n_{p'}, n_{n'}\rangle$, tj.

$$\langle n_n, n_p | n_{n'}, n_{p'}\rangle = \delta_{n_n n_{n'}} \delta_{n_p n_{p'}}$$

Bozonowy związek ortogonalności ma pełną analogię w przestrzeni fermionowej, w której odpowiednio skorelowane pary neutronów i pary protonów są odpowiednikiem bozonów. Jeżeli jednak dodamy do układu bozonowego bozony neutronowo-protonowe w liczbie n_{np}, to w przestrzeni bozonowej warunki ortogonalności pozostaną analogiczne

$$\langle n_{n'}, n_{p'}, n_{np'} | n_n, n_p, n_{np}\rangle = \delta_{n_n n_{n'}} \delta_{n_p n_{p'}} \delta_{n_{np} n_{np'}}$$

natomiast w przestrzeni fermionowej wektory stanu $|n_n, n_p, n_{np}\rangle_f$ o różnych liczbach par fermionowych nie będą ortogonalne, jeżeli tylko spełniony będzie warunek $n_n + n_p + n_{np} = \text{const.}$ oraz $n_n - n_p = \text{const.}$ Stąd wynika, że przestrzeń bozonowa zawierać będzie więcej niż potrzeba niezależnych wektorów stanu, co w sposób nieunikniony wprowadzi stany niefizyczne ("duchowe") do przestrzeni bozonowej. Ta wada przybliżenia bozonowego znajduje się jednak poza zasięgiem problematyki tu rozważanej.

Druga uwaga dotyczy hamiltonianu, który w wersji oddziałujących bozonów izospinowych "s" zapisać można następująco

$$H_b = V_o (S^+S^+)^o \cdot (\bar{s}\,\bar{s})^o + V_2 (s^+ s^+)^2 \cdot (\bar{s}\,\bar{s})^2 \equiv (H_o)_b + (H_2)_b \qquad (1)$$

gdzie operatorem anihilacji jest $\bar{s}_{\tau_o} = (-1)^{1-\tau_o} s_{-\tau_o}$;

$\tau_o = -1, 0, +1$, a mnożenie określone jest jako mnożenie skalarne, natomiast sprzężenie bozonów "s" do całkowitego izospinu rozumie się jako zwykłe sprzężenie przy pomocy współczynników Clebscha-Gordana. W zapisie pominięto liczby kwantowe momentu pędu ($L = 0$, $m = 0$), a pozostawiono jedynie liczby kwantowe całkowitego izospinu, z wyjątkiem pojedynczego bozonu, którego liczbę kwantową $\tau = 1$ też będzie się pomijać. Otóż w interpretacji mikroskopowej przyjęło się w modelu IBM traktować odwzorowanie wektorowych przestrzeni bozonowej i fermionowej w zgodzie z interpretacją bozonów jako odpowiednich par nukleonów. Odwzorowanie operatorów, w szczególności hamiltonianu, dokonywane jest w literaturze bozonowej na szereg różnych sposobów. Jeżeli jednak ograniczymy się do skończonych odwzorowań modelu IBM, bądź typu uogólnionych odwzorowań Dysona-Maleeva, bądź też opartych na innych założeniach [6,7,8,10], to wówczas hamiltonian oddziałujących fermionów jest odwzorowany hamiltonianem oddziałujących bozonów. Taka interpretacja dominuje w bieżącej literaturze.

Skalarny hamiltonian fermionowy, w obu przestrzeniach momentu pędu i izospinowej, czynny tylko dla par sprzężonych do momentu pędu I = 0 (odpowiednik bozonów "s"), a z koniecznych warunków antysymetrii sprzężonych także do izospinu T = 1, można prosto zapisać, ograniczając się do jednego poziomu j modelu powłokowego. Mianowicie:

$$H_f = G(a_j^+ \; a_j^+)^{0;1} \cdot (\tilde{a}_j \; \tilde{a}_j)^{0;1} \qquad (2)$$

gdzie $\tilde{a}_{jm\tau_o} = (-1)^{j-m} \, (-1)^{1/2 - \tau_o} \; a_{j-m-\tau_o}$ oraz obecnie $\tau_o = \pm 1/2$. Liczby kwantowe sprzężeń par nukleonów zapisane są w kolejności (I, T). Przy porównywaniu hamiltonianów (1) i (2) widać, że w bozonowym występują dwa człony, tak zwany izoskalarny (T = 0) i izotensorowy (T = 2), natomiast w hamiltonianie fermionowym - tylko człon izowektorowy T = 1. Jeśli się zważy, że w obu przypadkach izospiny mają odpowiadać fizycznym izospinom, to sytuacja ta jest w rażącej sprzeczności z przyjmowaną interpretacją modelu IBM.

Jedyny, jak się wydaje, sposób zapewnienia odpowiedniości sprzężeń izospinowych w przestrzeni bozonowej i fermionowej polega na przyjęciu założenia, że dwuciałowe oddziaływanie bozonowe jest odpowiednikiem c z t e r o c i a ł o w e g o e f e k t y w n e g o o d d z i a ł y w a n i a w przestrzeni fermionowej. Wówczas bowiem, odwzorowanie zachowujące sprzężenia izospinowe hamiltonianu bozonowego (1) jednoznacznie zapisać można w przestrzeni fermionowej następująco:

$$H_f = V_o' \left[(a_j^+ a_j^+)^{0;1} \cdot (a_j^+ a_j^+) \right]^{T=0} \cdot \left[(\tilde{a}_j \tilde{a}_j)^{0;1} \cdot (\tilde{a}_j \tilde{a}_j)^{0;1} \right]^{T=0} +$$

$$+ V_2' \left[(a_j^+ a_j^+)^{0;1} \cdot (a_j^+ a_j^+)^{0;1} \right]^{T=2} \cdot \left[(\tilde{a}_j \tilde{a}_j)^{0;1} \cdot (\tilde{a}_j \tilde{a}_j)^{0;1} \right]^{T=2}$$

$$\equiv H_{0f} + H_{2f} \qquad (3)$$

Zajmiemy się następnie szczegółowym przebadaniem porównania obu hamiltonianów (1) i (3), jak też energii własnych tych operatorów.

HAMILTONIANY

Rozpisując hamiltonian (1) i wykorzystując odpowiednie wartości współczynników Clebscha-Gordana, otrzymuje się

$$H_{0b} = V_0 \left(2s_n^+ s_p^+ - s_{np}^+ s_{np}^+\right)\left(2s_n s_p - s_{np} s_{np}\right), \qquad (4)$$

$$\begin{aligned} H_{2b} = V_2 \Big\{ & 1 \cdot s_n^+ s_n^+ s_n s_n \\ & + 2 \cdot s_n^+ s_n^+ s_n s_n \\ & + 2/3 \cdot (s_n^+ s_n^+ s_{np}^+ s_{np}^+)(s_n s_p + s_{np} s_{np}) \\ & + 2 \cdot s_p^+ s_{np}^+ s_{np} s_{np} \\ & + 1 \cdot s_p^+ s_p^+ s_p s_p \Big\}. \end{aligned} \qquad (5)$$

Podobnie rozpisać można hamiltonian fermionowy (3) w terminach operatorów kreujących i anihilujących pary nukleonowe sprzężone do momentu pędu I = 0 oraz izospinu T = 1 [16]

$$S_n^+ = 1/2 \sum_m (-1)^{j-m} a_{mn}^+ a_{-mn}^+ ,$$

$$S_p^+ = 1/2 \sum_m (-1)^{j-m} a_{mp}^+ a_{-mp}^+ ,$$

$$S_{np}^+ = 1/2 \sum_m (-1)^{j-m} \left(a_{mp}^+ a_{-mn}^+ + a_{mn}^+ a_{-mp}^+\right) ,$$

$$S_n = (S_n^+)^+ , \quad S_p = (S_p^+)^+ , \quad S_{np} = (S_{np}^+)^+ . \tag{6}$$

Przyjmujemy tutaj ograniczenie konfiguracji nukleonów do jednego poziomu j, chociaż identyczne wyniki otrzymać można dla dowolnego układu z d e g r a d o w a n y c h poziomów, dopisując jedynie wskaźnik sumacyjny uwzględnionych poziomów j. Tak więc hamiltonian (3) wyrazi się następująco przy pomocy operatorów (6)

$$H_{of} = 16 V/\Omega^2 \left(2S_n^+ S_p^+ - 1/2\, S_{np}^+ S_{np}^+\right)\left(2S_n S_p - 1/2\, S_{np} S_{np}\right) , \tag{7}$$

$$\begin{aligned} H_{2f} = 16 v_2'/\Omega^2 \Big\{ & S_n^+ S_n^+ S_n S_n \\ & + S_n^+ S_{np}^+ S_{np} S_n \\ & + 1/6 \left(2S_n^+ S_p^+ + S_{np}^+ S_{np}^+\right)\left(2S_n S_p + S_{np} S_{np}\right) \\ & + S_p^+ S_{np}^+ S_{np} S_p \\ & + S_p^+ S_p^+ S_p S_p \Big\} . \end{aligned} \tag{7}$$

gdzie $\Omega = 2j+1$, albo dla układu zdegerowanych poziomów $\Omega = \sum_j (2j+1)$. Porównanie wzorów (4-5) i (7-8) wskazuje na niezgodność współczynników liczbowych obu hamiltonianów. Zauważyć wszakże należy, że bozony "s" i pary fermionowe nie mają takiej samej normalizacji, gdyż bozony "s" unormowane są do jedności, tj.

$$\langle 0 \,|\, ss^+ \,|\, 0 \rangle = 1 ,$$

natomiast pary nukleonowe nie. Wprowadzając zamiast (6) pary unormowane

$$S_n^+ = (\Omega/2)^{1/2} \, (S_n^+)_{norm} ,$$

$$S_p^+ = (\Omega/2)^{1/2} \, (S_p^+)_{norm} ,$$

$$S^{+}_{np} = (\Omega/2)^{1/2} \, (S^{+}_{np})_{norm} \qquad (9)$$

oraz odpowiednio pary anihilacyjne, otrzymujemy na podstawie (7)

$$H_{of} = 4v_o' \Big\{ \Big[2(S^{+}_{n})_{norm} \, (S^{+}_{p})_{norm} - (S^{+}_{np})_{norm} \, (S^{+}_{np})_{norm} \Big]$$

$$\times \Big[2(S_{n})_{norm} (S_{p})_{norm} - (S_{np})_{norm} \, (S_{np})_{norm} \Big] \Big\} \qquad (10)$$

co z dokładnością do globalnego czynnika 4 odpowiada współczynnikom hamiltonianu bozonowego (4). Podobnie zapisując (8) w postaci par unormowanych, otrzymuje się te same współczynniki liczbowe, co w hamiltonianie bozonowym (5).

Równość współczynników obu hamiltonianów, bozonowego i fermionowego, aczkolwiek znacząca, nie przesądza niczego: wszak hamiltonian bozonowy jest dwuciałowy, działa w przestrzeni bozonowej o bardzo prostych warunkach komutacji w odróżnieniu do czterociałowego hamiltonianu fermionowego o skomplikowanych warunkach komutacji operatorów kreujących i anihilujących odpowiednie pary nukleonów. Ponadto, hamiltonian bozonowy związany jest z prostą symetrią izospinową grupy SU(2), podczas gdy hamiltonian fermionowy kreuje bardziej złożoną symetrię grupy ortogonalnej SO(5) [16]. Porównamy jednak energie własne obu hamiltonianów na przekór tym zasadniczym różnicom.

ENERGIE WŁASNE

Rozważmy na początku diagonalizację hamiltonianu bozonowego (1). W tym celu należy skonstruować dwa komutujące operatory fizyczne o znanych wartościach własnych, które wyrażać się będą liniowymi kombinacjami operatorów H_{ob} i H_{2b}. Takimi operatorami mogą być kwadrat operatora liczby cząstek i kwadrat operatora całkowitego izospinu bozonowego. Prosta konstrukcja prowadzi do następujących wyników

$$\hat{N}^2 = \sum_{\tau_o} (s^{+}_{\tau_o} \, s_{\tau_o})^2 = \hat{N} + (s^{+} \, s^{+})^{o} \cdot (\tilde{s}\tilde{s})^{o} + (s^{+}s^{+})^{2} \, (\tilde{s}\tilde{s})^{2} \qquad (11)$$

$$\hat{I}^2 = -2\,(s^+\tilde{s})^1 \quad (s^+\tilde{s})^1 = 2\hat{N} - 2(s^+s^+)^o \quad (\tilde{s}\tilde{s})^o + (\tilde{s}\tilde{s})^2 \; (s^+s^+)^2 \tag{12}$$

Zatem

$$(s^+s^+)^0 \quad (\tilde{s}\tilde{s})^0 = 1/3 \quad (\hat{N}^2 + \hat{N} - \hat{I}^2) \quad ; \tag{13}$$

$$(s^+s^+)^2 \quad (\tilde{s}\tilde{s})^2 = 1/3 \; (2\hat{N}^2 - 4\hat{N} + \hat{I}^2) \tag{14}$$

Z tożsamości (13) i (14) otrzymujemy natychmiast energie oddziaływania "skalarnego" i "tensorowego" w przestrzeni izospinowej

$$E_{ob} = v_o/3 \quad (n - T)\; (n + T + 1) \tag{15}$$

$$E_{2b} = v_o/3 \; \left\{ 2n\,(n - 2) + T(T + 1) \right\} \tag{16}$$

Formuły (13-14) są w zasadzie równoważne związkom (1) i (3) w pracy E l l i o t t a i W h i t e ' a [5], jeżeli te ostatnie zawęzimy do bozonów "s".

Diagonalizacja czterociałowego hamiltonianu fermionowego (3) wymaga bardziej złożonego postępowania. Punktem wyjścia jest uwaga, że zbudowany jest on z generatorów grupy kwazispinowej SO(5), wykorzystanej do diagonalizacji oddziaływania pairing dla układu protonów i neutronów [16]. Stosując rozwiniętą w ramach tej grupy technikę algebraiczną, można także zdiagonalizować oddziaływanie (7-8). Taka diagonalizacja została ostatnio dokonana dla celów badania czterociałowego efektywnego oddziaływania fermionowego w zastosowaniu do jąder z powłoki $sd - f_{7/2}$ [17]. Otrzymano tam następujące formuły algebraiczne

$$E_{of} = V'_o/12 \; (n-v-2T)(n-v+2T+2)(2\Omega+4-n-v-2T)(2\Omega+6-n-v+2T), \tag{17}$$

$$E_{2f} = V_2 \left\{ {}^2E_{of\,V'_o} + 2(n-\Omega-4) \left[(n-v)(2\Omega+6-n-v) + 2T(T+1)(n-\Omega-4) \right] \right\} \tag{18}$$

Porównanie energii bozonowych (15-16) z energiami fermionowymi nie wskazuje, na pierwszy rzut oka, na żadne podobieństwo. Zauważmy jednak, że przy porównaniu należy uwzględnić następujące korelacje. Po pierwsze, liczbę fermionów we wzorach (17-18) należy zastąpić liczbą bozonów, kładąc $n_f=2n$, gdyż we wzorach (15-16) występuje liczba bozonów. Po drugie, w przypadku tu rozważanych bozonów "s", seniority v jest równa zeru, należy więc we wzorach (17-18) położyć v=0. Po trzecie, odwzorowanie bozonowe jest obrazem przybliżonym. Dlatego też, wzory na energie fermionowe należy uważać, w ramach przyjętych założeń, za dokładne, a energie bozonowe (15-16) za przybliżenie, głównie ze względu na niezachowanie zasady Pauliego w przestrzeni bozonowej. Przybliżenie bozonowe będzie zatem tym lepsze, im mniej par fermionowych obraz bozonowy będzie opisywał, a także tym lepsze, im większa przestrzeń fermionowa będzie dostępna dla tych par. Wyrażając ten ostatni argument w postaci matematycznej, należy położyć we wzorach (17-18) $n/\Omega \to 0$. Jeżeli wprowadzimy do wzorów (17-18) trzy powyższe korelacyjne poprawki, to otrzymamy

$$E_{of} = 4\,(V_o'\Omega^2)/3\quad(n_b - T)\,(n_b + T + 1) \qquad (19)$$

$$E_{2f} = 4\,(V_2'\Omega^2)/3\,\left\{2n_b^2 - 4\,n_b + T\,(T+1)\right\} \qquad (20)$$

Nieoczekiwanie, także dla autora, otrzymuje się zasadniczą identyczność obu par analitycznych formuł na energie fermionowe (19-20) i energie bozonowe (15-16). Jedyna różnica obu par formuł występująca w czynniku 4 jest właściwie potwierdzeniem identyczności, gdyż ten sam różniący czynnik występował w diagonalizowanych hamiltonianach bozonowym (4-5) i fermionowym (10). Natomiast czynnik przestrzeni fermionowej Ω^2 włączyć można do natężenia oddziaływania, kładąc $v_o = v_o'\Omega^2$ oraz $v_2 = v_2'\Omega^2$.

KONKLUZJE

Przedstawione w pracy bozony izospinowe "s" i ich fermionowe odwzorowania mają tą zaletę, że energie własne obu hamiltonianów są dane formułami analitycznymi. Odpowiedniość obu rozwiązań, mimo różnych symetrii SU(2) i SO(5) rządzących odpowiednio hamiltonianem bozonowym i hamiltonianem fermionowym nasuwa nieodparty wniosek, że właściwe odwzorowanie dwuciałowego hamiltonianu bozonowego uzyskane jest przez czterociałowy hamiltonian fermionowy. Możliwe jest także zwężenie otrzymanych wyników do jednego rodzaju bozonów "s" i jednego rodzaju par nukleonowych kładąc n_b = T. Otrzymuje się wówczas przypadek trywialny.

Włączenie bozonów "d" nie powinno podważyć ogólnej konkluzji wynikającej z formalizmu izospinowych bozonów "s". Jedynie trudności techniczne, nawet dla jednego rodzaju cząstek, wzrosłyby niepomiernie, w szczególności w przestrzeni fermionowej, uniemożliwiając ogólną dyskusję opartą na znajomości rozwiązań analitycznych.

Przedstawiona w pracy nowa propozycja interpretacji mikroskopowej modelu bozonowego może być poddana krytyce wynikającej ze stwierdzenia, że model bozonowy stosuje się z dużym powodzeniem do opisu jąder atomowych, które w przestrzeni fermionowej są w zasadzie wystarczająco opisywane przy założeniu dwuciałowego tylko oddziaływania fermionowego. Jeżeli jednak przyjęlibyśmy czterociałowe oddziaływanie fermionowe za oddziaływanie e f e k t y w n e, wówczas powyższe zastrzeżenie odpadałoby. W takiej interpretacji, jednocząstkowe energie bozonów należałoby traktować jako energie uwzględniające już korelacje dwufermionowe, natomiast człon oddziałujących bozonów odpowiadałby e f e k t y w n e m u o d d z i a ł y w a n i u c z t e r o c i a ł o w e m u w przestrzeni fermionowej, oddziaływaniu wynikającemu z oddziaływania dwuciałowego w obciętej przestrzeni stanów fermionowych.

Podkreślimy także, że warunkiem zgodności energii w przestrzeni bozonowej i fermionowej było przyjęcie $n/\Omega \to 0$. Warunek ten, nie pierwszy raz pojawiający się w rozważaniach odwzorowań bozonowych, potwierdzony został w pracy jako warunek dobroci odwzorowania bozonowego.

Praca niniejsza została zainicjowana w czasie bytności autora w Uniwersytecie Technicznym w Monachium, a zakończona podczas pobytu w Uniwersytecie Sussex, Brighton. Autor wyraża podziękowanie zarówno profesorowi K. Dietrichowi jak i profesorowi J. P. Elliottowi za ich gościnność oraz za istotne dyskusje dotyczące problemu pracy.

PIŚMIENNICTWO

1. Feshbach F., Iachello F.: Ann. of Phys. 84, 211 (1974).
2. Iachello F., Arima A.: Phys. Lett. 53B, 309 (1974).
3. Arima A., Iachello F.: Ann. of Phys. 99, 253, (1976); 111, 201 (1978); 123, 468 (1979).
4. Arima A., Otsuka T., Iachello F., Talmi I.: Phys. Lett. 66B, 205 (1977).
5. Elliott J. P., White A. P.: Phys. Lett. 97B, 169 (1980).
6. Otsuka T., Arima A., Iachello F.: Nucl. Phys. A309, 1 (1978).
7. Ginocchio J. N., Talmi I.: Nucl. Phys. A337 431 (1980).
8. Geyer H. P., Hahne F. J. W.: Phys. Lett. 97B, 6 (1980); Nucl. Phys. A363, 45 (1981).
9. Klein A., Valliers M.: Phys. Lett. 98B, 5(1981).
10. Arima A., Yoshida N., Ginocchio J.: Phys. Lett. 101B, 209 (1981).
11. Hahne F. J. W.: Phys. Rev. C 23, 2305 (1981).
12. Geyer H. B., Lee S. Y.: Phys. Rev. C 26, 642 (1982).
13. Cohen T. D., Klein A.: Nucl. Phys. A390, 1 (1982).
14. Ching-teh Li.; Phys. Lett. 120B, 251 (1983).
15. Bohr A., Mottelson B. R.: Physica Scripta 22, 468 (1980); 25, 915 (1982).
16. Flowers B. H., Szpikowski S.: Proc. Phys. Soc. 84, 193 (1964).
17. Szpikowski S., Trajdos M.: oddano do publikacji.

SUMMARY

The microscopical interpretation of the s- boson two-body Hamiltonian is given by means of the four-body effective fermion interaction. The analytical formulas for energies in both boson and fermion spaces were shown to be equivalent. Those formulas were also used to get the condition of a good approximation of the interacting boson model in the description of nuclei.

РЕЗЮМЕ

В работе представлено микроскопическую интерпретацию двухчастичного Гамильтонияна бозонов " S " при помощи четырехчастичного эффективного фермийного взаимодействия. Аналитические формулы для энергий в бозонном и фермионном пространстве оказались равновесными. Использовано их для получения точности бозонного приближения в описании атомных ядер.

Złożono w Redakcji 5 VIII 1983 roku.