

A. W. WITKOWSKI.

---

# O PRĘDKOŚCI GŁOSU

W POWIETRZU ZGĘSZCZONEM.

---

(Z pięcioma tablicami w tekście).



KRAKÓW.

NAKŁADEM AKADEMII UMIEJĘTNOŚCI.

BIURO GŁÓWNE W KSIĘGARNI SPÓŁKI WYDAWNICZEJ POLSKIEJ.

1899.

NOWSZE WYDAWNICTWA  
 AKADEMII UMIEJĘTNOŚCI  
 WYDZIAŁU MATEMATYCZNO-PRZYRODNICZEGO.

- Pamiętnik Akademii Umiejętności. Wydział matematyczno-przyrodniczy. Tom XVIII. 4<sup>o</sup>, str. 243, z 27. tablicami i licznymi rycinami w tekście. Cena 5 złr.
- Rozprawy Akademii Umiejętności. Wydział matematyczno-przyrodniczy. Serya II. tom X, ogólnego zbioru tom XXX, 1896, w 8<sup>o</sup> dużej, str. 403, - z 12 tablicami i 22 rycinami w tekście. Cena 6 złr.
- E. Bandrowski: O utlenieniu parafenilenodwuaminu, lex. 8<sup>o</sup> str. 13. Cena 20 ct.  
 — O świeceniu podczas krystalizacji, lex. 8-o, str. 8. Cena 10 ct.
- A. Beck: O zmianach ciśnienia krwi w żyłach. lex. 8<sup>o</sup>, str. 40, z 20 rycinami w tekście. Cena 70 ct.  
 — Pomiaru pobudliwości różnych miejsc nerwu za pomocą rozbrojeń kondensatora. lex. 8-o, str. 13. Cena 20 ct.
- A. Beck i N. Cybulski: Dalsze badania zjawisk elektrycznych w korze mózgowej, lex. 8-o, str. 84, z tablicą i 17 rycinami w tekście. Cena 1 złr.
- L. Birkenmajer: Marcin Bylica z Olkusza oraz narzędzia astronomiczne, które zapisał Uniwersytetowi Jagiellońskiemu w roku 1493, z 12 rycinami w tekście lex. 8<sup>o</sup> str. 163. Cena 1 fl. 50 ct.  
 — Wyznaczenie długości wahadła sekundowego w Krakowie, oraz dwóch innych miejscowościach W. Księstwa Krakowskiego, lex. 8-o, str. 68. Cena 80 ct.  
 — O wpływie temperatury na ruch zegarów, a zwłaszcza chronometrów, lex. 8-o, str. 36. Cena 50 ct.
- Cybulski i Zanietowski: Dalsze doświadczenia z kondensatorami: Zależność pobudzenia nerwów od energii rozbrojenia. lex. 8<sup>o</sup> str. 5. Cena 10 ct.
- B. Dębski: O budowie i mechanizmie ruchów liści u marantowatych. lex. 8-o, str. 109, z dwiema tablicami. Cena 1 złr. 25 ct.
- J. Dickstein: O rozwiązaniu kongruencji  $x^n - ay^n \equiv 0 \pmod{M}$  lex. 8<sup>o</sup> str. 5. Cena 10 ct.  
 — Hoene Wroński, jego życie i dzieła, lex. 8-o, str. 368. Z portretem Wrońskiego i podobizną jego pisma. Cena 4 złr.  
 — Wiadomość o korespondencji Kochańskiego z Leibnicem, lex. 8-o, str. 9. Cena 10 ct.
- B. Eichler i M. Raciborski: Nowe gatunki zielenic. 8<sup>o</sup> str. 11 z tablicą. Cena 20 ct.
- B. Eichler i R. Gutwiński: De nonnullis speciebus algarum novarum. lex. 8<sup>o</sup> str. 17, z 2 tablicami. Cena 40 ct.
- T. Estreicher: Zachowanie się chlorowcowodorów w niskich temperaturach, lex. 8-o, str. 6. Cena 10 ct.  
 — O ciśnieniach nasycenia tlenu, lex. 8-o, str. 18. Cena 25 ct.
- E. Godlewski: O nityfikacji amoniaku i źródłach węgla podczas żywienia się fermentów nityfikacyjnych, lex. 8-o, str. 53, z dwiema rycinami w tekście. Cena 60 ct.
- W. Gosiewski: O przekształceniu najprawdopodobniejszym ciała materyalnego. lex. 8<sup>o</sup>, str. 13. Cena 20 ct.
- J. Grzybowski: Otwornice czerwonych ilów z Wadowic, lex. 8-o, str. 48, z czterema tablicami. Cena 80 ct.
- J. Talko-Hryncewicz: Zarysy lecznictwa ludowego na Rusi południowej, lex. 8<sup>o</sup> str. 461. Cena 3 złr.
- E. Janczewski: Cladosporium herbarum i jego najpospolitsze na zbożu towarzysze, lex. 8<sup>o</sup>, str. 45 z 4 tablicami. Cena 1 złr.  
 — Zawilce. Część III. lex. 8<sup>o</sup>, str. 20, z tablicą. Cena 40 ct. — Część IV. z dwiema tablicami, str. 26. Cena 50 ct.

A. W. WITKOWSKI.

# O PRĘDKOŚCI GŁOSU

W POWIETRZU ZGĘSZCZONEM.

(Z pięcioma tablicami w tekście).



KRAKÓW.

NAKŁADEM AKADEMII UMIEJĘTNOŚCI.

SKŁAD GŁÓWNY W KSIĘGARNI SPÓŁKI WYDAWNICZEJ POLSKIEJ.

1899.





391158

0. PRĘDKOŚCI GŁOSU

W POWIĘKSIENIACH

Osobne odbicie z Tomu XXXIX. Rozpraw Wydziału matematyczno-przyrodniczego Akademii Umiejętności w Krakowie.



W Krakowie, 1899. — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod zarządem J. Filipowskiego.

H 1404/84/30

Fig. 7

# O prędkości głosu w powietrzu zgęszczonem.

Podał

A. W. Witkowski.

Z pięcioma rycinami w tekście.

Wniesiono na posiedzeniu Wydz. mat.-przyr. d. 6. marca 1899. r.

1. W rozprawie „O termodynamicznych własnościach powietrza“, z roku 1895, ogłoszonej w XXXII tomie „Rozpraw“, zajmowałem się zmiennością obu rodzajów ciepła właściwego powietrza, jakoteż ich stosunku  $\ell$ , w zależności od ciśnienia i od temperatury. Dowiodłem tam, że wielkości te nie są bynajmniej niezmienne, jak się nieraz mówi, lecz przeciwnie zmieniają się w bardzo obszernych granicach, zwłaszcza, gdy ciśnienia są duże, a temperatury niskie.

W zakresie małych ciśnień wpływ temperatury jest zupełnie nieznaczny. Zdołałem okazać, zapomocą bezpośrednich pomiarów kalorymetrycznych, że ciepło właściwe powietrza, pod ciśnieniem stałym jednej atmosfery, nie zmienia się prawie zupełnie, w ogromnym zakresie temperatur, od  $+100^{\circ}$  aż do punktu wrzenia skroplonego tlenu. Poprzednio dowiódł już tego Régnault co do zakresu od  $+200^{\circ}$  do  $-30^{\circ}$ . Przy tej sposobności potwierdziłem dokładność wyznaczeń Régnaulta, która, co do tej stałej, była ostatnimi czasy podawana w wątpliwość<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> W Comptes rendus z 27. czerwca 1898 p. Leduc uczynił uwagę, że przy obliczaniu doświadczeń nad ciepłem właściwym powietrza Régnault nie uwzględnił wpływu oziębiającego rozprężania się gazu w samym kalorymetrze. Wskutek tego zamiast liczby znalezionej przezeń (0.2373) należałoby przyjmować znacznie większą (0.239). Sądząc na podstawie własnych doświadczeń, nie mógłbym się na to zgodzić. Jeżeli bowiem powietrze wchodzące do kalorymetru jest silnie oziębione — jak w tych właśnie

Wynik ten, w połączeniu z danymi tyczącymi się ściślności i rozszerzalności powietrza, które podałem w rozprawie z r. 1891 <sup>1)</sup>, pozwolił mi następnie obliczyć wartości obu rodzajów ciepła właściwego  $c_p$  i  $c_v$ , tudzież ich stosunku  $k$ . W tym celu wystarczyło zastosować ogólne związki termodynamiczne, zachodzące między wspomnianymi wielkościami.

Ten sposób badania własności kalorymetrycznych powietrza, jakkolwiek oparty na podstawie zupełnie ściślej, napotyka w rzeczywistości wykonaniu na niemałe trudności rachunkowe. Zależało mi więc na tem, żeby sprawdzić te wyniki sposobem bardziej bezpośrednim. W niniejszej pracy starałem się właśnie zbadać zmienność stosunku  $k$ , w zakresie ciśnień od 1 do 110 atmosfer. Doświadczenia były robione w dwu temperaturach:  $0^\circ$  i  $-78^\circ 5$ .

W warunkach tego rodzaju jedyną drogą, na jakiej można było spodziewać się rozwiązania zadania, była znana metoda, polegająca na wymierzeniu prędkości głosu. Postanowiłem jej użyć, tem więcej, że zbadanie zależności prędkości głosu w powietrzu od ciśnienia i temperatury, a więc od zgęszczenia gazu, było samo przez się zadaniem, którego rozwiązania dotąd nie próbowano. Tę samą metodę stosowali niedawno p. p. Perman, W. Ramsay i I. Rose - Innes w celu określenia własności adiabatycznych eteru etylowego <sup>2)</sup>. Ile mi wiadomo, była to pierwsza próba zmierzenia prędkości głosu w płynie zgęszczonym.

Oznaczywszy przez  $\rho$  gęstość, przez  $k$  stosunek  $c_p : c_v$ , odpowiadający ciśnieniu  $p$  i temperaturze  $\theta$ , można wyrazić prędkość głosu  $u$ , w jakimkolwiek płynie zapomocą wzoru

$$u = \sqrt{k \cdot \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_\theta},$$

w którym  $\left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_\theta$  oznacza zmienność ciśnienia, względem gęstości, w stałej temperaturze  $\theta$ . Wzór ten jest ważny, dopóki wstrząśnienia są

---

doświadczeniach — wtenczas rozprężenie musiałyby mieć wpływ przeciwny: wypadek byłby za duży, a nie za mały. Otóż, doświadczenia wykonane w granicach  $+98$  i  $+20^\circ$  dały średni wynik:  $0.2372$ ; w niskich temperaturach otrzymywałem zaś niemal to samo: w zakresie  $-77^\circ$  do  $+16^\circ$ ...  $0.2374$ ;  $-102^\circ$  do  $+17^\circ$ ...  $0.2372$ . W najniższych temperaturach ( $-170^\circ$  do  $+18^\circ$ ) znalazłem wprawdzie więcej, bo  $0.2427$ . Jednakowoż różnica ta tłumaczy się w zupełności lekkim zgęszczeniem gazu, przez zwykłe ciśnienia, które jest potrzebne w celu przepędzenia go przez kalorymetr. Okazałem bowiem, w tej samej pracy, że w tych temperaturach niskich ciepło właściwe wzrasta niezmiernie szybko z ciśnieniem.

<sup>1)</sup> Rozprawy, tom XXIII.

<sup>2)</sup> Zeitschrift für physikalische Chemie, tom XXIII, 1897, str. 385.



tak nieznaczące, żeby można było uważać amplitudę ich jako nieskończenie małą. Oznaczywszy przez  $v$  objętość masy  $m$  płynu w tychże samych warunkach, co do  $p$  i  $\theta$ , można także napisać:

$$(1) \dots \dots \dots u = \sqrt{-\frac{v^2}{m} \left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_0} \cdot k.$$

Wzór ten okazuje, że można obliczyć wartość stosunku  $k$ , dla jakiegokolwiek płynu, i dla dowolnych ciśnień i temperatur, byle w tychże samych warunkach była znana prędkość głosu, jakoteż prawo ściśłości izotermicznej.

W pracy niniejszej okaże, że prędkość głosu nie jest bynajmniej niezależną od ciśnienia, jak się często mówi. Zmienność nie jest jednakowoż wielka. Ciśnienie n. p. 100 atmosfer powiększa prędkość w zwykajnych temperaturach mniej więcej o 7%. W temperaturach niskich prędkość ta maleje naprzód, w miarę rosnącego ciśnienia, następnie wzrasta. W pracy swej, w której opisuje znany pod jego nazwiskiem sposób porównywania prędkości głosu, profesor Kundt opisuje też doświadczenia wykonane w celu wykrycia wpływu ciśnienia na prędkość głosu <sup>1)</sup>. Kundt nie zdołał wykazać tego wpływu, bo ciśnienia stosowane przez niego były zbyt małe; wskutek tego nie było można oddzielić na pewne zmiany dostrzeżonych od przypadkowych błędów doświadczeń. Jak dokładne były jego spostrzeżenia, o tem można sądzić z następujących danych. Przyjąwszy prędkość głosu pod ciśnieniem atmosferycznym za jednostkę, Kundt podaje, że w powietrzu rozrzedzonym do 400 mm. rtęci otrzymuje się, średnio biorąc, prędkość 0.999492. Natomiast w powietrzu zgęszczonym do 1600 mm. prawdopodobna jest prędkość 1.000716. Przekonałem się, że liczby te są bardzo zbliżone do prawdy. Stosując wysokie ciśnienia, mogłem nakreślić krzywą, wyrażającą zmienność z zupełną pewnością. Pomimo błędów nieuniknionych, można też było ocenić, że w pobliżu ciśnienia atmosferycznego prędkość wzrasta o 0.00072 swej wartości normalnej, gdy ciśnienie rośnie o jedną atmosferę. Ztąd oblicza się, że pod ciśnieniami stosowanymi przez Kundta będzie  $u = 0.99966$  w powietrzu rozrzedzonym, zaś 1.00079 w zgęszczonym, co zgadza się wcale dobrze z powyższymi liczbami.

Przykład ten pokazuje, jak korzystne jest możliwe rozszerzenie granic badania, gdy chodzi o poznanie własności materii. Otrzymuje się wtenczas z łatwością odpowiedzi na pytania, które, w razie zastosowania szczytłych granic, wymagałyby ogromnego mozółu i niezmiernej ścisłości. Wspomnę tu o innym jeszcze wyniku moich poszukiwań. Z przebiegu

<sup>1)</sup> Poggendorff, Annalen. Tom 135, str. 552.

krzywych, wyrażających zmienność prędkości głosu, można wnosić, ekstrapolując w stronę bardzo małych ciśnień, że one zdążają prostoku osi  $p=0$ , nie zaginając się ku niej asymptotycznie. Stąd wniosek, że gdy prędkość normalna będzie  $= 1$ , to w powietrzu znacznie rozrzedzonym nie będzie wiele różna od 0.99928. Nie chcę przesądzać, jaka będzie jej wartość n. p. w próżni Crookes'a, albo nawet pod ciśnieniem jednego lub dwu milimetrów; czy zresztą w tych warunkach możnaby mówić o prędkości głosu. Sądząc z zachowania się gazów pod innymi względami, można raczej przypuszczać, że w powietrzu do tego stopnia rozrzedzonym, powyższe dane dotyczące się zmienności utracą swe znaczenie.

2. Przyrząd zastosowany w niniejszej pracy do mierzenia prędkości głosu, był w zasadzie zupełnie podobny do przyrządu Kundta; wprowadzono tylko takie zmiany, jakie były potrzebne ze względu na wysokie ciśnienia. W górnej części fig. 1. przedstawiony jest schematycznie ogólny jego układ. Po lewej stronie rysunku widzimy rurę miedzianą  $M$ , ciągnioną bez szwów, zdolną przeto wytrzymać bardzo znaczne ciśnienia wewnętrzne. Jej długość wynosi przeszło metr, średnica wewnętrzna 25 mm., grubość ściany 2.5 mm. Rura ta stanowi osłonę rury szklanej  $S$  wsuniętej do wnętrza, do której odnoszą się właśnie pomiary prędkości głosu. Odrobina pyłku krzemionkowego, rozproszona jednostajnie na spodzie rury  $S$ , służy do wykazywania węzłów drgania — sposobem dobrze známym.

Rura  $M$  umieszczona jest w korytku blaszanym  $K$ , które napełnia się w doświadczeniach drobno tłuczonym lodem. Wystająca na zewnątrz stożkowa oprawa rury  $M$  była także okładana lodem, zawiązanym w płótno, w celu zapewnienia jednostajności temperatury. Do doświadczeń, w których powietrza było oziębiane bezwodnikiem węglowym stałym, używałem korytka blaszanego  $K'$ , nieco mniejszego w rozmiarach, o ścianach podwójnych, między które wetkniętą była wata.

Do wzniesienia drgań powietrza w rurze służył pręt szklany  $P$ , o średnicy 10—11 mm., długości rozmaitej, zależnie od wysokości tonu, jaka była potrzebna. Pręt ten jest utwierdzony w węzłach, t. j. w jednej czwartej długości, licząc od obu końców; pocierany w środku mokrem suknem, wydaje więc drugi ton własny.

Ponieważ rura  $S$  jest ukryta w nieprzeźroczystej pochwie  $M$ , przeto w doświadczeniu nie widzi się, czy prążki z pyłku się utworzyły i czy wystąpiły dostatecznie wyraźnie. Ażeby zaradzić bodaj częściowo tej niedogodności, używałem jeszcze drugiej rury szklanej  $S'$ , przystawionej do drugiego końca pręta. Ona była również umieszczona w korytku



blaszanem  $K'$ . Naplniona suchem powietrzem, pod ciśnieniem atmosferycznym, miała zawsze temperaturę  $0^{\circ}$ . Spostreżalem zatem zawsze dwa systemy prążków: w rurze  $S$  one odnosiły się do ciśnienia  $p$  i temperatury  $\theta$ , w rurze pomocniczej do  $p = 1$  atm.,  $\theta = 0^{\circ}$ . Było to

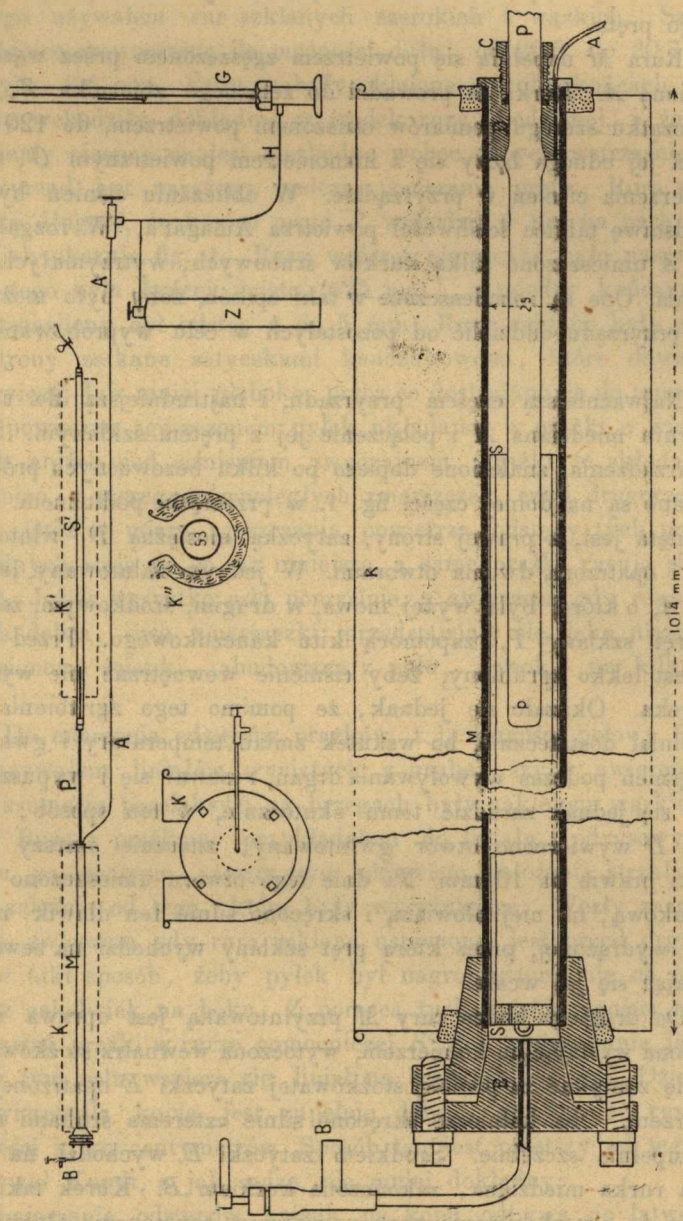


Fig. 1.

i z tego powodu potrzebne, że pręty  $P$  nierzadko się łamały, w ciągu jednej seryi doświadczeń. Z pomocą prążków pomocniczych można było w tych przypadkach połączyć różne grupy doświadczeń tej samej seryi i uratować tym sposobem doświadczenia, wykonane przed założeniem nowego pręta.

Rura  $M$  napelnia się powietrzem zgęszczonem przez wąską rurkę miedzianą  $A$ . Rurka ta prowadzi do żelaznego zbiornika  $Z$ , nabitego na początku szeregu pomiarów osuszonym powietrzem, do 120 atmosfer. Boczna jej odnoga łączy się z manometrem powietrznym  $G$ , służącym do mierzenia ciśnień w przyrządzie. W obliczaniu ciśnień były brane za podstawę tablice ściśliwości powietrza Amagat'a. W rozgałęzieniach rurki  $A$  umieszczono kilka kurków śrubowych, wytrzymałych na duże ciśnienia. One są rozmieszczone w taki sposób, żeby było można każdą część przyrządu oddzielić od pozostałych w celu wypróbowania szczelności.

Najważniejszą częścią przyrządu, i najtrudniejszą do urządzenia była rura miedziana  $M$  i połączenie jej z prętem szklanym. Szczegóły tego urządzenia, znalezione dopiero po kilku bezowocnych próbach, narysowane są na dolnej części fig. 1. w przecięciu podłużnem. Rura  $M$  zamknięta jest, z prawej strony, zatyczką mosiężną  $D$ , wlotowaną na cynie i opatrzoną dwoma otworami. W jednym zalutowany jest koniec rurki  $A$ , o której była wyżej mowa, w drugim, środkowym, zakitowany jest pręt szklany  $P$ , zapomocą kitu kauczukowego. Przed zatyczką pręt jest lekko zgrubiony, żeby ciśnienie wewnętrzne nie wyrwało go z łożyska. Okazało się jednak, że pomimo tego zgrubienia kit nie uszczelniał dostatecznie, bo wskutek zmian temperatury i gwałtownych wstrząśnień podczas wywoływania drgań, rysował się i wypuszczał gaz. Udało się jednak zaradzić temu skutecznie, w ten sposób, że w zatyczce  $D$  wywiercono otwór gwintowany, znacznie szerszy od pręta, głęboki prawie na 10 mm. Na dnie tego otworu umieszczono obrączkę kauczukową, na niej ołowianą i skręcono silnie ten dławik zapomocą mutry wydrążonej, przez którą pręt szklany wychodzi na zewnątrz, nie dotykając się jej wcale.

Do drugiego końca rury  $M$  przylutowaną jest oprawa mosiężna, opatrzona wystającym kołnierzem, wytoczona wewnątrz stożkowato i dająca się zamykać za pomocą stożkowej zatyczki  $E$  opatrzonej również kołnierzem. Oba kołnierze skręcone silnie czterema śrubami zamykają rurę zupełnie szczelnie. Środkiem zatyczki  $E$  wychodzi na zewnątrz krótka rurka miedziana, zakończona kurkiem  $B$ . Kurek taki jest potrzebny do przepłukiwania rury powietrzem osuszonym; służy także do



wypuszczania powietrza po ukończeniu doświadczenia, co należy czynić ostrożnie i zwolna, żeby nie zdmuchnąć pyłkowych prążków w rurze.

Całe to urządzenie ma widocznie ten cel, żeby umożliwić wprowadzenie rury szklanej  $S$  do wnętrza miedzianej  $M$ . Z powodu niżej wyłożonego używałem rur szklanych szerokich i wązkich. Szerokie miały średnicę wewnętrzną ile możliwości duża, od 20·5 do 20·7 mm.; wązkie tylko 8·6 mm. Rury te były oklejone na obu końcach papierem, żeby wchodziły dokładnie w środek rury miedzianej, i żeby się tam trzymały ciasno, co jest niezbędne wobec silnych wstrząśnień, na jakie przyrząd jest narażony podczas pocierania pręta. Rura szersza miała taką długość, że koniec pręta  $P$  wchodził w nią na parę centymetrów, jak okazuje fig. 1. Rury węższej nie można było nasunąć na pręt, dla tego była krócej ucięta (625 mm.), a między końcami rury i pręta zostawiony był odstęp 4 do 5 mm. Rury szklane były z przeciwnej strony zatkanie zatyczkami kauczukowymi, które dawały się wsuwać więcej lub mniej głęboko, przez co dostrajano je do tonu pręta.

W powietrzu zgęszczonem pyłek układa się w prążki o wiele wyraźniejsze, aniżeli pod ciśnieniem zwyczajnem. Prążki te składają się, jak wiadomo, z szeregu równoległych zmarszczek, czyli drugorzędnych prążków. Otóż w miarę zgęszczania powietrza, odstępów tych prążków drugorzędnych stają się co raz mniejsze, a same prążki rysują się bardzo ostro. Jeżeli wszystko szło pomyślnie, a zwłaszcza gdy resonancya rury była dobra, owe zmarszczki przedstawiały się jako niezmiernie cienkie pionowe ścianki, zbudowane z pyłu, wysokie na kilka milimetrów.

3. Do mierzenia odstępów prążków, t. j. długości połowy fali głosowej, używałem linałów wyciętych z grubej szyby zwierciadlanej (w celu usunięcia paralaksy); na brzegach były naklejone wązkie paski papieru. Rurę z prążkami przykładałem do linału i odrysowywałem na pasku papierowym zaostrzonym ołówkiem położenia strzałek albo węzłów, zależnie od tego, które były wyraźniejsze. Węzły zaznaczają się lepiej, zwłaszcza gdy rura szklana ustawioną jest przed drgającym prętem w taki sposób, żeby pyłek był nagromadzony nie na jej spodzie, lecz cokolwiek na boku. Z pomocą tych linałów można również odrysowywać prążki w rurze pomocniczej  $S'$ , bez wyjmowania jej z korytka; w tym celu wspiera się linał na brzegach korytka. Dzięki pomocy zwierciadła kopia jest zupełnie dobra, pomimo że rysuje się z odległości kilku centymetrów. Sposób ten jest prostszy od tego, którego używał Kundt, a jak sędzę, nie mniej dokładny.

Odmierzanie odstępów kresek na kopii odbywa się łatwo i dokładnie (na 0·1 mm.) zapomocą podziałki milimetrowej ciętej na szkłe,

która kładzie się stroną dzieloną na pasku papierowym. Wobec ogromu obliczeń należy zapisywać liczby odczytane systematycznie, najdogodniej w dwu kolumnach pionowych: połowę z góry na dół, drugą z dołu do góry; tym sposobem pierwsza i ostatnia liczba, druga i przedostatnia i t. d. znajdują się obok siebie. Jeżeli oznaczymy te liczby przez  $a_1$ ,  $a_2 \dots a_n$  wówczas, jak uczy teoria najmniejszych kwadratów, średnia wartość odstepu  $\mu$  sąsiednich kresiek będzie

$$\mu = \frac{(n-1)(a_n - a_1) + (n-3)(a_{n-1} - a_2) \dots}{\frac{1}{3} n(n^2 - 1)}$$

Liczba  $n$  prążków mierzonych była zależną od wysokości tonu. Używałem dwojakich tonów; przy wyższym, do którego odnoszą się najważniejsze i najliczniejsze pomiary  $n$  wynosiło około 25.

4. Sposobem opisanym wyżej wykonałem ogółem 336 niezależnych pomiarów prędkości głosu. Przeważna ich liczba odnosiła się do temperatury  $0^\circ$ . W temperaturze  $-78^\circ 5$  wykonałem 23 pomiary.

Postępowanie jest takie. Rurę szklaną należy starannie oczyścić i osuszyć przez lekkie rozgrzanie nad lampą; poczem rozprowadza się w niej szczyptę pyłu krzemionkowego i zamyka w rurze miedzianej  $M$ . W tej ostatniej, jeżeli jest już oziębiona, należy utrzymywać ciągły strumień powietrza suszonego, żeby nie osiadła w niej rosa. Po zamknięciu rury szklanej przesuszanie trwa jeszcze przez kilka minut, przyczem strumień suchego powietrza (otrzymany przez małe odkręcenie kurka przy zbiorniku  $Z$ ) uchodzący przez kurek  $B$ , prowadzi się rurką gumową do rury pomocniczej  $S'$ , żeby i ją osuszyć. Zamknięcie kurka  $B$  sprawia, że rura  $M$  i manometr  $G$  zaczynają nabijać się jednocześnie powietrzem zgęszczonem aż do żadanego ciśnienia. Najlepiej jest, gdy to ciśnienie jest równe ciśnieniu panującemu w zbiorniku. W tym przypadku zbiornik może pozostać otwarty, w trwałem połączeniu z resztą przyrządu, przez co zyskuje się wielką stałość ciśnienia.

Po napełnieniu przyrządu gazem zgęszczonem, należy poczekać jeszcze kilkanaście minut, żeby gaz przejął temperaturę lodu, czy też bezwodnika węglowego. Ażeby się dowiedzieć, jak długi czas jest na to potrzebny, zamykałem kilkakrotnie w rurze termometr minimalny, konstrukcyi H. Kappellera, napełniony dwusiarczkiem węgla. Okazało się, że 15 do 20 minut wystarczają w zupełności. Nakoniec odczytuje stan i temperaturę manometru powietrznego  $G$ , a jednocześnie pomocnik pociera pręt szklany  $P$  sukniem zwilżonem, w taki sposób, żeby się odezwał silny, zupełnie czysty ton.

5. Oznaczmy przez  $\mu$  średni odstęp sąsiednich prążków, t. j. połowę długości fali głosowej, w powietrzu mającem temperaturę  $\theta$ , ci-



śnienie  $p$ , w rurze szklanej o średnicy wewnętrznej  $d$  milimetrów, wobec częstości drgania  $n$  w sekundzie. Niechaj  $\mu_1$  oznacza połowę długości fali pod ciśnieniem atmosferycznym, w tychże samych zresztą warunkach, określonych przez  $\theta$ ,  $d$  i  $n$ . To  $\mu_1$  było często mierzone; ile możliwości każdego dnia roboczego, po dwu albo trzech pomiarach pod ciśnieniem zwiększonym. Oprócz tego mierzono niemal w każdym doświadczeniu połowę długości fali  $\mu'$  w rurze pomocniczej  $S'$ , pod ciśnieniem atmosferycznym, w temperaturze  $0^\circ$ . Długości  $\mu_1$  i  $\mu'$  okazywały zwykle małą różnicę, nawet gdy rury miały jednakową średnicę a temperatury były równe. Z tego powodu wprowadzałem w rachunek zawsze  $\mu_1$  mierzone w rurze głównej;  $\mu'$  zaś było potrzebne tylko wtenczas, gdy wypadało zmienić pręt, w ciągu jednej seryi pomiarów, tudzież do obliczenia częstości drgań  $n$ .

Bezpośrednim wypadkiem doświadczeń była zatem wartość stosunku  $\mu: \mu_1$ , lub, co na jedno wychodzi, stosunku,  $u: u_1$ , prędkości głosu w powietrzu zgęszczonym do prędkości pod ciśnieniem atmosferycznym, obie w tej samej temperaturze  $\theta$  i w tej samej rurze.

Wiadomo jednak, że te prędkości głosu w rurze różnią się od rzeczywistej prędkości w powietrzu swobodnym, do której stosuje się wzór (1). Kirchhoffowi<sup>1)</sup> zawdzięczamy teorią drgania gazów w rurach, z której wynika, że prędkość głosu w rurze jest mniejsza, aniżeli w powietrzu swobodnym; jeżeli mianowicie oznaczymy tę ostatnią przez  $a$ , wówczas jest

$$u = a \left( 1 - \frac{\alpha}{d \sqrt{n}} \right)$$

$\alpha$  jest liczbą stałą, zależną od współczynników tarcia wewnętrznego (lepkości) i przewodnictwa cieplnego gazu; rodzaj tej zależności wskazany jest również przez tę teorią. Webster Low<sup>2)</sup> wykonał szereg pomiarów prędkości głosu w powietrzu suchem, w temperaturze  $0^\circ$ , pod ciśnieniem atmosferycznym; używał do tego rur od 9 do 28 mm. w średnicy i przekonał się, że wzór Kirchhoffa zgadza się dobrze z doświadczeniem. Znalazł mianowicie, że

$$(2) \dots u = 330, 582 \left( 1 - \frac{4,507}{d \sqrt{n}} \right),$$

jeżeli średnica  $d$  jest wyrażona w milimetrach. Nawet wartość liczebna

<sup>1)</sup> Kirchhoff. Pogg. Ann. tom 134, 1868; także Gesammelte Werke.

<sup>2)</sup> Wiedemann Annalen, tom 52. 1894, str. 652.

spółczynnika  $\alpha = 4,507$  nie różniła się wiele od wartości teoretycznej, obliczonej na podstawie znanej lepkości i przewodnictwa powietrza.

Wzór Kirchhoffa nie nadaje się jednak do redukcji pomiarów, wykonywanych w rurach pod ciśnieniem wysokim. Gdybyśmy bowiem nawet przyjęli, że teoria w tym przypadku się stosuje, to zastosowanie tego wzoru nie byłoby możliwe, gdyż o lepkości i przewodnictwie cieplnem powietrza zgęszczonego nie dotychczas nie wiemy.

Ażeby tedy mógł ocenić wielkość wpływu rury na prędkość głosu, nie miałem innego sposobu, jak próbowanie empiryczne. W tym zamiarze wykonałem sześć szeregów doświadczeń, na rurach różnej średnicy z zastosowaniem tonów różnej wysokości<sup>1)</sup>; szereg szósty miał na celu wykazanie wpływu znaczniejszego zniżenia temperatury. Łączyłem doświadczenia w rurach szerokich i wązkich, z tonami wysokimi i niskimi w następujący sposób:

Szereg pierwszy. Temperatura  $0^{\circ}$ , rura szeroka, ton wysoki.

Szereg drugi. Powtórzenie poprzedzającego, w celu sprawdzenia dokładności, w warunkach ile możności takich samych.

Szereg trzeci. Temperatura  $0^{\circ}$ , rura szeroka, ton niski.

Szereg czwarty. Temperatura  $0^{\circ}$ , rura wązka, ton wysoki.

Szereg piąty. Temperatura  $0^{\circ}$ , rura wązka, ton niski.

Szereg szósty. Temperatura (średnio) —  $78^{\circ}5$ , rura szeroka, ton wysoki.

Szczegóły doświadczeń podane są w następujących tablicach. Początkowe pomiary przed ostatecznem wypróbowaniem przyrządu, opuściłem w tem zestawieniu zupełnie.

6. Szereg pierwszy  $\theta = 0^{\circ}$ . Średnica rury  $d = 20.5$  mm., wysokość tonu  $n = 6260$  na sek.,  $\mu' = 26.336$  mm., (średnica = 28 pomiarów).

$p$ atm.	$\mu$ mm.	$p$ atm.	$\mu$ mm.
113.07	28.710	17.888	26.678
107.67	28.433	16.414	26.672
49.96	27.038	5.128	26.535
47.48	24.077	4.956	26.527
45.09	26.981	4.942	26.521
42.91	26.980	4.856	26.528
40.75	26.921	4.917	26.514
38.91	26.870	1.0	26.478

<sup>1)</sup> Wysokość tonu zmieniano przez zakładanie krótszych lub dłuższych prętów szklanych; długości ich były około 850 mm. dla tonu wyższego i 1500 mm. dla niższego.



$p$ atm.	$\mu$ mm.	$p$ atm.	$\mu$ mm.
37.05	26.989	1.0	26.472
36.15	26.872	1.0	26.431
33.77	26.913	1.0	26.424
31.90	26.895	1.0	26.423
29.52	26.811	1.0	26.441
24.33	26.750	1.0	26.455
19.59	26.727		
<hr/>			
117.33 <sup>1)</sup>	28.822	112.15	28.760
<hr/>			
97.86	28.018	89.25	27.863
93.34	27.902	85.29	27.835
<hr/>			
105.60	28.314	59.49	27.255
100.71	28.216	56.15	27.189
80.64	27.725	53.04	27.128
67.75	27.256		

7. Szereg drugi.  $\theta=0^\circ$ ,  $d=20.5$  mm.,  $n=6240$ ,  $\mu'=26.389$  mm.  
(średnia z 12 pomiarów).

$p$ atm.	$\mu$ mm.	$p$ atm.	$\mu$ mm.
108.44	28.547	94.04	28.163
102.62	28.322		
<hr/>			
83.83	27.897	8.858	26.531
79.18	27.669	7.406	26.420
75.57	27.604	6.305	26.586
72.04	27.539	5.584	26.392
55.87	27.151	5.045	26.609
51.78	27.055	4.042	26.585
43.48	26.949	3.137	26.492
41.01	26.939	2.879	26.577
38.83	26.954	2.997	26.502
35.30	26.908	3.004	26.425
31.39	26.890	1	26.336
23.73	26.756	1	26.470
22.48	26.796	1	26.526

<sup>1)</sup> Odstępę odnoszą się do zmiany pręta.

$p$ atm.	$\mu$ mm.	$p$ atm.	$\mu$ mm.
20.94	26.772	1	26.457
19.80	26.715	1	26.495
17.54	26.653	1	26.345
16.78	26.451	1	26.359
14.814	26.699	1	26.360
13.568	26.649	1	26.390
11.965	26.594	1	26.438
10.516	26.625	1	26.362
9.716	26.575	1	26.498
		1	26.467

8. Szereg trzeci.  $\theta = 0^\circ$ ,  $d = 20.7$  mm.,  $n = 3570$ ,  $\mu' = 46.148$  mm.  
(z 17 pomiarów).

$p$ atm.	$\mu$ mm.	$p$ atm.	$\mu$ mm.
112.17	50.688	14.97	46.478
44.16	47.157	13.61	46.464
39.05	46.941	10.83	46.430
35.98	46.787	10.19	46.380
32.92	46.709	9.64	46.375
29.58	46.810	8.66	46.370
25.55	46.645	7.48	46.387
22.43	46.554	6.39	46.375
19.49	46.601	1	46.269
19.07	46.566	1	46.191
18.53	46.530	1	46.210
17.72	46.587	1	46.051
		1	46.137
		1	46.214
<hr/>			
120.84	50.825	89.85	49.36
114.03	50.621	81.21	48.795
109.86	50.427	83.68	49.014
103.47	49.910	79.58	48.883
103.29	50.056	77.65	48.701
98.88	49.868	74.64	48.539
98.66	49.765	71.19	48.371
94.60	49.536	68.40	48.311



$p$ atm.	$\mu$ mm.	$p$ atm.	$\mu$ mm.
93·86	49·561	65·25	47·905
117·27	50·653	92·68	49·003
112·08	50·219	91·16	49·168
106·37	49·865	78·20	48·954
101·66	49·618	61·99	47·938
98·29	49·452		

9. Szereg czwarty  $\theta=0^{\circ}$ ,  $d=8\cdot6$  mm.,  $n=6140$ ,  $\mu'=26\cdot843$  mm.  
(z 24 doświadczeń).

$p$ atm.	$\mu$ mm.	$p$ atm.	$\mu$ mm.
88·34	28·381	13·21	27·068
82·67	28·145	12·06	27·065
77·44	28·054	11·11	27·040
72·13	27·953	10·12	27·029
64·91	27·791	9·45	27·015
55·16	27·631	8·32	27·003
45·65	27·480	4·30	26·882
38·25	27·370	3·28	26·887
28·61	27·25	1	26·863
26·24	27·207	1	26·81
24·90	27·204	1	26·795
23·62	27·171	1	26·826
22·40	27·178	1	26·841
20·33	27·149	1	26·801
17·09	27·088	1	26·822
14·87	27·075		

10. Szereg piąty.  $\theta=0^{\circ}$ ,  $d=8\cdot6$  mm.,  $n=3580$ ,  $\mu'=46\cdot031$  mm.  
(z 19 doświadczeń).

$p$ atm.	$\mu$ mm.	$p$ atm.	$\mu$ mm.
86·51	48·836	70·67	48·356
82·13	48·710	66·76	48·165
78·16	48·484	62·86	48·006
74·48	48·329	58·93	47·675

$p$ atm.	$\mu$ mm.	$p$ atm.	$\mu$ mm.
51.44	47.501	5.81	46.276
44.22	47.450	5.01	46.145
41.79	47.553	4.09	46.151
39.27	47.151	2.71	45.975
37.10	47.175	1	45.833
34.54	47.168	1	45.833
32.87	47.032	1	45.950
30.00	46.929	1	46.075
28.52	47.002	1	45.831
24.99	46.990	1	45.812
23.69	46.835	1	45.879
22.47	46.400	1	45.713
21.26	46.781	1	45.939
19.60	46.746	1	45.862
18.65	46.759	1	45.645
17.62	46.692	1	45.457
16.67	46.672	1	45.964
15.45	46.767	1	46.065
14.28	46.715	1	45.850
13.02	46.554	1	45.992
12.25	46.562	1	45.887
10.97	46.553	1	45.850
9.86	46.333	1	45.815
8.55	46.385	1	46.140
7.34	46.222		

11. Szereg szósty.  $\theta = -78^{\circ}.5$ ,  $d = 20.5$  mm.,  $n = 6170$ ,  $\mu' = 26.717$  mm. (z 22 dośw.).

$p$ atm.	$\mu$ mm.	$p$ atm.	$\mu$ mm.
104.76	24.460	29.05	22.570
82.18	23.103	24.80	22.518
75.54	22.927	17.12	22.601
70.37	22.829	15.44	22.475
64.44	22.612	14.00	22.682
60.27	22.523	1	22.625
51.47	22.426	1	22.539
42.86	22.446	1	22.672
41.80	22.444	1	22.555
38.54	22.423	1	22.655
38.27	22.637	1	22.614
38.15	22.351		

12. W celu uzmysłowienia zmian prędkości głosu, wykazanych w poprzedzających tablicach, załączam na fig. 2. i 3. (Patrz str. 15. i 16.)



dwa rysunki, odnoszące się do szeregów II i VI. Ciśnienia są wykreślone jako odcięte, rzędną wyobrażają połowę długości fali. Wartości otrzymane z doświadczeń znaczone są kropkami. Wyrównanie błędów wykonywałem graficznie, kresząc linię ciągłą, najbardziej zbliżoną do sze-

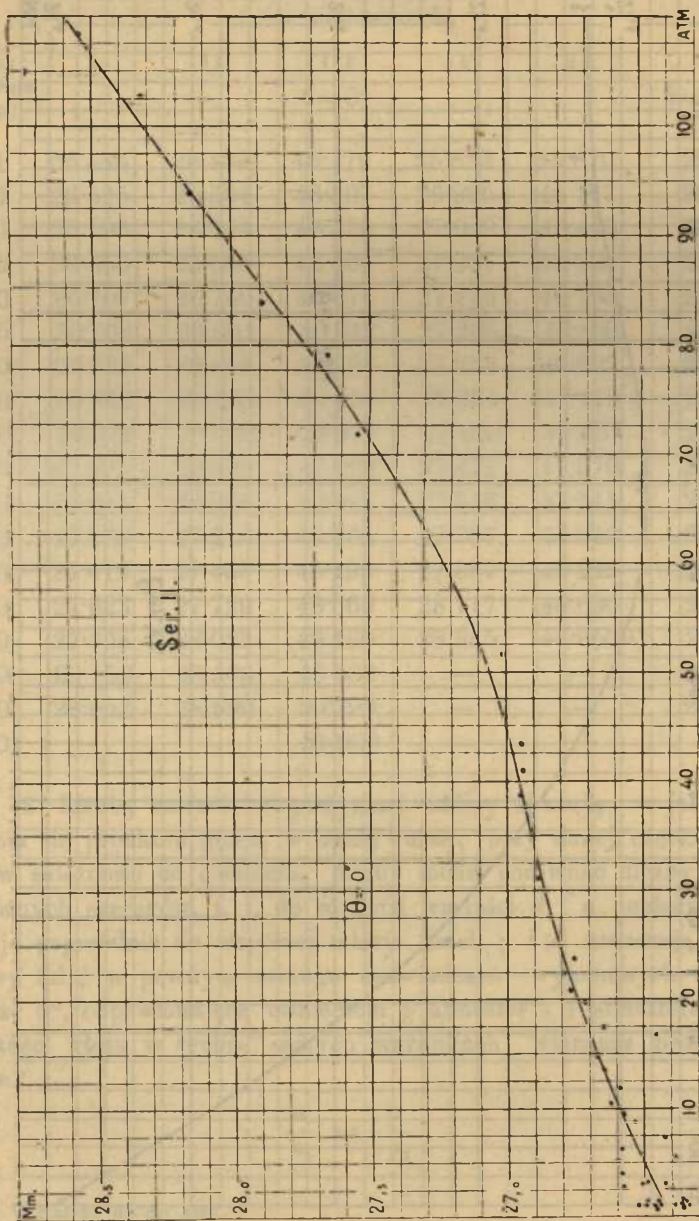


Fig. 2.

regu kropek. Na podstawie tych rysunków można też ocenić, jaki stopień zgodności wypadków daje się osiągnąć metodą zastosowaną w tej pracy.

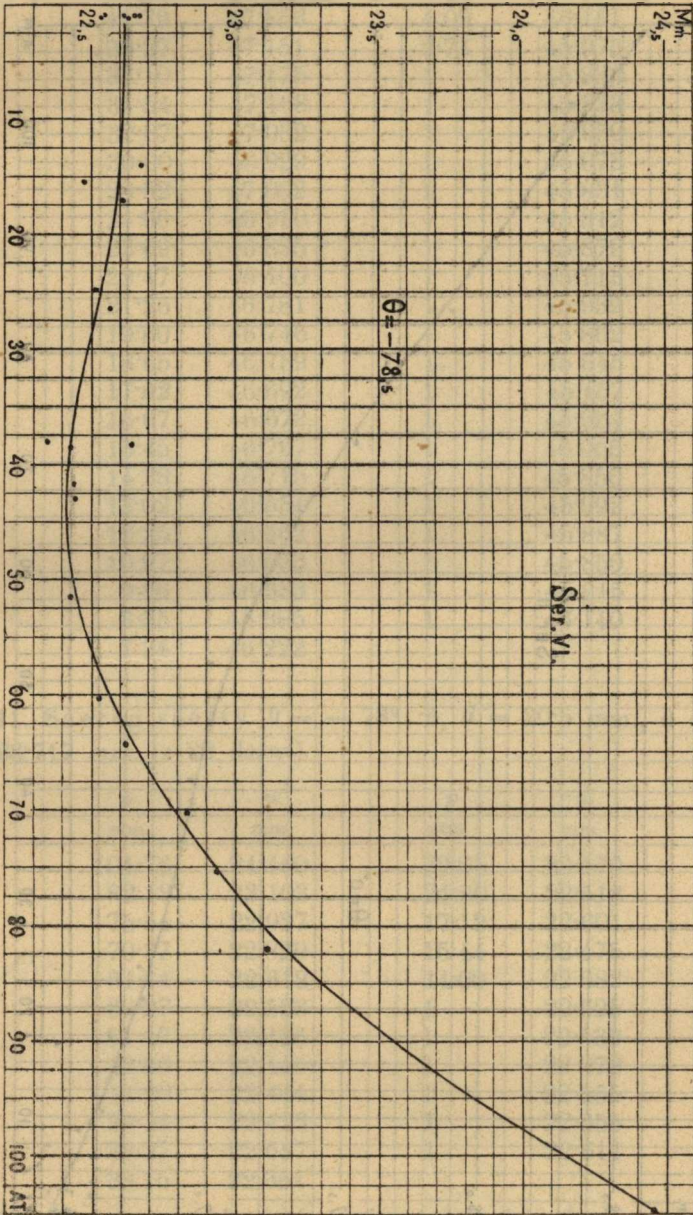


Fig. 3.



Podobne rysunki wykonałem w dużych rozmiarach ze wszystkich szeregów doświadczeń, i otrzymałem tym sposobem następujące wyniki wyrównane:

Długości połowy fali  
w milimetrach.

Szereg : Ciśnienie (atm.)	I	II	III $\theta = 0^\circ$	IV	V	VI $\theta = -78^\circ 5'$
1	26·446	26·423	46·179	26·823	45·870	22·610
5	26·525	26·504	46·307	26·925	46·177	22·610
10	26·593	26·594	46·420	27·028	46·443	22·605
15	26·650	26·668	46·505	27·081	46·623	22·595
20	26·707	26·740	46·574	27·135	46·764	22·570
25	26·763	26·801	46·642	27·205	46·880	22·532
30	26·822	26·858	46·729	27·263	46·997	22·490
35	26·886	26·903	46·837	27·334	47·112	22·450
40	26·948	26·950	46·977	27·400	47·237	22·420
45	27·015	26·999	47·153	27·471	47·370	22·415
50	27·084	27·050	47·345	27·546	47·515	22·430
60	27·238	27·213	47·765	27·707	47·840	22·554
70	27·412	27·455	48·195	27·887	48·225	22·780
80	27·623	27·729	48·660	28·117	48·630	23·095
90	27·865	28·023	49·160	28·385	48·850 <sup>1)</sup>	23·540
100	28·152	28·308	49·680	—	—	24·160
110	28·552	28·590	50·290	—	—	24·460 <sup>2)</sup>
120	—	—	51·030	—	—	—

13. Liczby zawarte w powyższej tabelicy okazują, w jaki sposób zmienia się prędkość głosu, w danej rurze, przy danej częstotliwości drgania, w zależności od ciśnienia. Ażeby móc porównać liczby należące do różnych szeregów, t. j. do różnych wartości  $d$  i  $n$ , należy sprowadzić je poprzednio do wspólnej miary. Jeżeli  $\mu$  i  $\mu_1$  oznaczają długości połowy fali, w pewnym szeregu doświadczeń, wykonanych w temperaturze  $0^\circ$ , odpowiadające ciśnieniom  $p$  atmosfer i 1 atmosfera;  $u$  i  $u_1$  prędkości głosu w tychże samych warunkach, wtenczas będzie oczywiście:

$$\frac{u}{u_1} = \frac{\mu}{\mu_1}$$

<sup>1)</sup> Należy do 85 atm.

<sup>2)</sup> Należy do 105 atm.

Zapomocą wzoru Kirchhoffa (2), który stosuje się do ciśnienia atmosferycznego, można znowu wyrazić  $u_1$  w stosunku do prędkości normalnej w powietrzu swobodnem, mianowicie:

$$u_1 = 1 - \frac{4 \cdot 507}{d \sqrt{n}}.$$

Tym sposobem obliczyłem prędkości głosu w temperaturze  $0^\circ$ , odpowiadające różnym wartościom  $p$ ,  $d$  i  $n$  podane niżej w tablicy; wspólną jednostką jest prędkość normalna.

Ażeby sprowadzić liczby szeregu VI, odnoszącego się do temperatury  $-78^\circ 5$  ( $=194^\circ 5$  na skali bezwzględnej) do tej samej jednostki, należałoby znać długość fali odnośnego tonu, w temperaturze  $0^\circ$ , w powietrzu swobodnem. W szeregu szóstym nie była niestety zmierzona długość fali w rurze głównej w temperaturze  $0^\circ$ . Nie pozostaje zatem, jak wziąć tę długość z rury pomocniczej, której średnica była niemal taka sama. Otóż w tym przypadku było  $\mu' = 26 \cdot 717$  mm. w temperaturze  $0^\circ$ . Z pomocą wzoru (2) znajdziemy, że w powietrzu swobodnem długość ta wynosiłaby  $26 \cdot 792$  mm. Skoro jednocześnie w rurze głównej znaleziono, w temperaturze  $-78^\circ 5$ ,  $\mu_1 = 22 \cdot 610$  mm., przeto obliczamy:

$$u_1 = \frac{22 \cdot 610}{26 \cdot 792} = 0 \cdot 8439.$$

Wiadomo, że w zwyczajnych warunkach prędkość głosu zmienia się proporcjonalnie do pierwiastka z temperatury bezwzględnej. Okazuje się, że to prawo sprawdza się w przybliżeniu jeszcze w temperaturze  $-78 \cdot 5$ , mamy bowiem:

$$\sqrt{\frac{194 \cdot 5}{273}} = 0 \cdot 8441.$$

Prędkość głosu  
w powietrzu atmosferycznem.

Szereg:	I	II	III	IV	V	VI
Srednica rury mm.:	20·5	20·5	20·7	8·6	8·6	20·5
Częstość drgania ·	6260	6240	3570	6140	3580	6170
Temperatura :	$0^\circ$	$0^\circ$	$0^\circ$	$0^\circ$	$0^\circ$	$-78^\circ 5$
<hr/>						
Ciśnienie atm.						
1	0·997	0·997	0·996	0·993	0·991	0·844
5	1·000	1·000	0·999	0·997	0·998	0·844
10	1·003	1·004	1·002	1·001	1·004	0·844



Szereg	I	II	III	IV	V	VI
Średnica rury mm.	20·5	20·5	20·7	8·6	8·6	20·5
Częstość drgania	6260	6240	3570	6140	3580	6170
Temperatura	0°	0°	0°	0°	0°	-78°·5
<hr/>						
Ciśnienie atm.						
15	1·005	1·007	1·004	1·003	1·007	0·843
20	1·007	1·009	1·005	1·005	1·011	0·842
25	1·009	1·012	1·006	1·007	1·013	0·841
30	1·011	1·014	1·007	1·009	1·016	0·839
40	1·016	1·017	1·014	1·015	1·021	0·837
50	1·021	1·021	1·022	1·020	1·027	0·837
60	1·027	1·027	1·031	1·026	1·034	0·842
70	1·034	1·036	1·040	1·033	1·042	0·850
80	1·042	1·047	1·050	1·041	1·051 <sup>1)</sup>	0·862
90	1·051	1·058	1·061	1·051	—	0·878
100	1·062	1·068	1·072	—	—	0·901
110	1·077	1·079	1·085	—	—	0·913 <sup>2)</sup>
120	—	—	1·101	—	—	—

14. Na fig. 4. (Patrz str. 20.) przedstawione są graficznie te liczby powyższej tablicy, które odnoszą się do temperatury 0°, a więc szeregi I — V. Krzywe wyobrażające prędkość głosu odpowiednią wysokiemu tonowi (I, II, IV) są wykreślone pełno; linie kreskowane (III, V) należą do tonu niższego. W ich przebiegu można dostrzedz nierówności zależne od błędów doświadczalnych, a może też i od niedoskonałości samej metody. Tak n. p. krzywe I i II otrzymane w warunkach niemal identycznych, niezupełnie są zgodne; dla niektórych wartości ciśnienia różnica ich rzędnych (prędkości) przewyższa  $\frac{1}{2}\%$ .

Pominąwszy jednak te nierówności, można na tym rysunku stwierdzić fakt, zaznaczający się zupełnie wyraźnie i stanowczo. Oto prędkość tonu niskiego przewyższa prędkość wysokiego, zwłaszcza gdy ciśnienie jest dostatecznie wielkie (50 — 60 atm.). Zjawisko to występuje szczególnie wyraźnie w rurze wąskiej, jak to wynika z porównania krzywych III i V. Objaw ten jest wręcz sprzeczny z tem, czego należałoby spodziewać się na podstawie teorii Kirchhoffa, skąd wniosek, że przewodzenie głosu w gazie zgęszczonym odbywa się w warunkach, jakie nie były w tej teorii uwzględnione. Mojem zdaniem, należy szukać wytłumaczenia tej anomalii w tem, że amplituda drgań powietrza zgę-

<sup>1)</sup> Należy do 85 atm.

<sup>2)</sup> Należy do 105 atm.

szczonego, w rurze działającej jako rezonator, nie może być uważaną jako wielkość nieskończenie mała.

Szczegóły doświadczeń zdają się przemawiać za tem tłumaczeniem

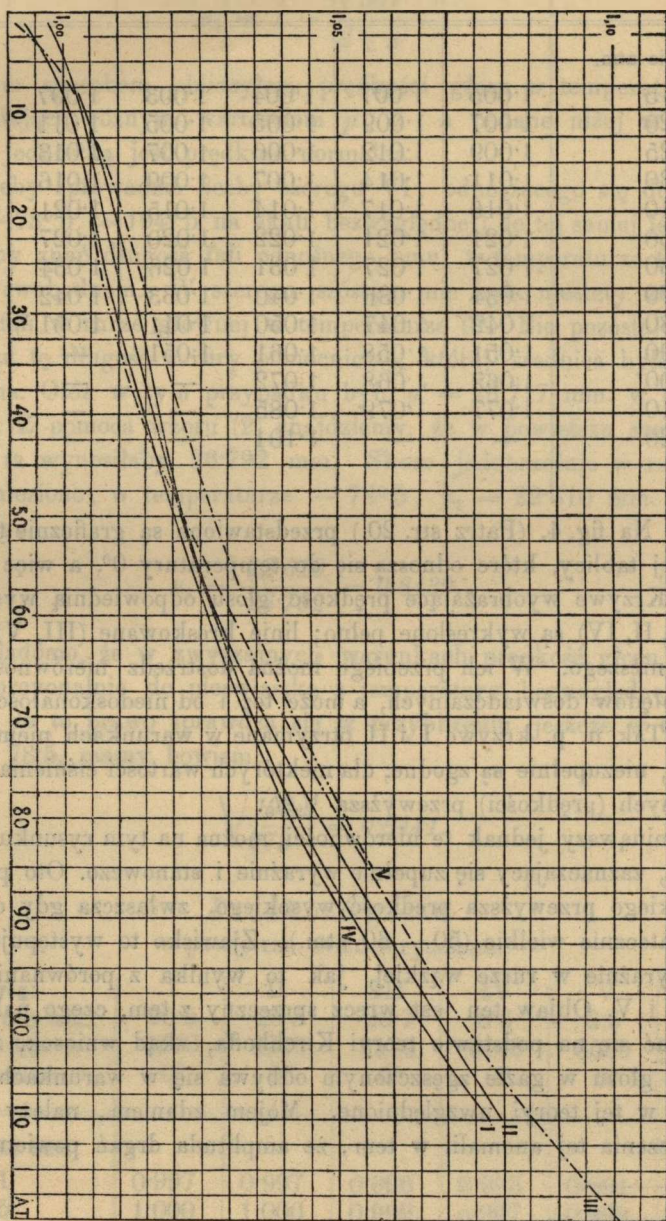


Fig. 4.



pod każdym względem. Do wywołania tonu niższego używany był pręt prawie dwa razy dłuższy (około 1500 mm.), aniżeli do wyższego (długość około 850 mm.). Amplituda drgań była przeto w pierwszym przypadku niewątpliwie znacznie większa, aniżeli w drugim. Niemniej jest rzeczą jasną, że w rurze szerokiej wpływ amplitudy będzie słabszy niż w wąskiej. Chodzi tu przede wszystkim o stosunek średnicy rury, do średnicy pręta wzbudzającego drganie. Koniec pręta drgającego można bowiem porównać do tłoka poruszającego się w rurze tam i napowrót; im dokładniej tłok wypełnia przekrój rury, tem większej ilości energii udziela falam powstającym w gazie. Wszystko to ma widocznie wpływ niewielki, dopóki gęstość powietrza jest mała <sup>1)</sup>; gaz zgęszczony przyjmuje natomiast tak znaczną ilość energii, że w doświadczeniach tego rodzaju, jak moje, nie można już zaniedbywać wpływu skończoności amplitudy.

Z powyższego wynika, że najbardziej do prawdy zbliżone wartości prędkości głosu w powietrzu zgęszczonym będą te, które wynikają z szeregów doświadczeń I i II, bo w tych doświadczeniach rura była najszersza a ton najwyższy; jednakże i te wartości będą jeszcze niewątpliwie większe od rzeczywistych. Do dalszych rachunków wprowadzam więc średnie arytmetyczne wartości I i II; że one stanowią rzeczywiście tylko górną granicę szukanej prędkości głosu, o tem przekonamy się w dalszym ciągu jeszcze innym sposobem.

15. Przyjmijmy, że prędkość głosu  $u$  jest znana, w zależności od ciśnienia, w pewnej danej temperaturze  $\theta$  i postawmy sobie zadanie, obliczyć wartości stosunku  $k$ , ciepła właściwego pod stałym ciśnieniem do ciepła właściwego w stałej objętości. Izotermiczna zależność objętości  $v$  od ciśnienia  $p$  w tejże temperaturze, niechaj będzie dana przez równanie

$$pv = \eta p_0 v_0,$$

w którym  $p_0$  oznacza ciśnienie atmosfery,  $v_0$  objętość uważanej masy  $m$  gazu, pod temże ciśnieniem, w temperaturze  $\theta_0$ .  $\eta$  jest współczynnik zależny od ciśnienia i temperatury, którego wartości powinny być znane z doświadczenia <sup>2)</sup>. Różniczkując względem  $p$ , otrzymamy

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_\theta = \frac{1}{p_0 v_0} \frac{p}{\frac{\partial \eta}{\partial p} - \frac{\eta}{p}}$$

<sup>1)</sup> Według doświadczeń Kundta (l. c. str. 538.) prędkość głosu w powietrzu pod ciśnieniem atmosferycznym nie zależy od natężenia.

<sup>2)</sup> Tablica wartości  $\eta = F(p, \theta)$  znajduje się w XXIII tomie „Rozpraw“ str 376.

a podstawiawszy to w równaniu (1):

$$k = \frac{u^2 m}{p_0 v_0} \frac{\eta^{-p} \frac{\partial \eta}{\partial p}}{\eta^2}.$$

Stosując ten wzór do stanu  $p=1$  atm.,  $\theta=0$ , mamy:  $k = 1,403$ ,  $u = c$ ;  $\frac{\partial \eta}{\partial p}$  ma wartość tak małą ( $-0,0007$ ), że może być opuszczone; znajdujemy przeto zwyczajny wzór:

$$1,403 = \frac{c^2 m}{p_0 v_0}.$$

Ostatnie dwa równania prowadzą do związku dogodnego do obliczeń:

$$(3) \dots \dots k = 1,403 \left( \frac{u}{c} \right)^2 \frac{\eta^{-p} \frac{\partial \eta}{\partial p}}{\eta^2}.$$

16. Podstawmy we wzorze (3) za  $\frac{u}{c}$  wartości znalezione doświadczalnie w temperaturach  $0^\circ$  i  $-78^\circ 5$ , mianowicie średnie z szeregów I i II (ust. 13.), najbardziej zbliżone do rzeczywistej prędkości głosu, tudzież szereg VI. Za  $\eta$  podstawiam wartości podane w mojej rozprawie „O rozszerzalności i ściśliwości powietrza (l. c.)<sup>4</sup>. Pochodne  $\frac{\partial \eta}{\partial p}$  obliczyłem sposobem graficznym. Nie podaję ich tutaj, bo będą pomieszczone niżej w osobnych tablicach. Tym sposobem znajduję następujące wartości stosunku  $k$ . Celem porównania ich z wypadkami otrzymanymi dawniej (l. c.) z pomiarów i obliczeń ciepła właściwego, umieszczam te ostatnie obok, pod znakiem ( $k$ ).

Izoterma  $\theta = 0^\circ$ .

$p$ atm.	$k$	( $k$ )
1	1·40	1·40
5	1·41	1·41
10	1·43	1·42
15	1·44	1·43
20	1·46	1·43
25	1·47	1·44
30	1·48	1·45
40	1·51	1·47



$p$ atm.	$k$	( $k$ )
50	1·53	1·49
60	1·55	1·52
70	1·57	1·54
80	1·59	1·56
90	1·62	1·59
100	1·64	1·61
110	1·66	—

## Izoterma — 78°·5.

$p$ atm.	$k$	( $k$ )
1	1·41	1·40
5	1·44	1·41
10	1·48	1·44
15	1·51	1·47
20	1·54	1·50
25	1·58	1·53
30	1·62	1·56
35	1·66	1·60
40	1·70	1·63
45	1·75	1·67
50	1·79	1·72
60	1·90	1·81
70	2·00	—
80	2·11	—
90	2·21	—
100	2·30	—
105	2·33	—

Tablice powyższe potwierdzają tedy w zupełności kierunek i stopień zmienności stosunku  $k$ , wykryty już dawniej. Jego wartości bezwzględne, wyprowadzone z prędkości głosu są jednak o parę jednostek od sta większe, od wartości kalorymetrycznych — co można było przewidzieć na podstawie uwag przytoczonych w ust. 14.

17. Na zakończenie zastosuję jeszcze wzór (3) do zadania ogólniejszego, tycaącego się samej prędkości głosu. Przyjmijmy teraz, na odwrót, że stosunek  $k$  jest znany z doświadczeń i obliczeń kalorymetrycznych; że znana jest również ściślność w różnych temperaturach. Słowem, zastosujmy do wzoru (3) wyniki doświadczenia moich prac

dawniejszych, ażeby się dowiedzieć, jakim prawom podlega prędkość głosu nie tylko pod rozmaitemi ciśnieniami, ale i w różnych temperaturach. Poniżej zestawilem w tablicach dane potrzebne do rachunku tego rodzaju, tudzież jego wypadki. Prędkość głosu  $u$  jest tam wyrażona w stosunku do prędkości normalnej, przyjętej za jednostkę.

## Izoterma 0°.

$p$	( $k$ )	$\eta$	$-\frac{\partial\eta}{\partial p} \cdot 10^5$	$u$
1	1.40	1.0000	72	1.000
10	1.42	0.9951	65	1.000
20	1.43	0.9897	57	1.000
30	1.45	0.9842	50	1.001
40	1.47	0.9793	42	1.005
50	1.49	0.9754	34	1.009
60	1.52	0.9723	26	1.018
70	1.54	0.9701	18	1.025
80	1.56	0.9688	11	1.035
90	1.59	0.9681	3	1.044
100	1.61	0.9681	— 5	1.057

## Izoterma — 35°.

$p$	( $k$ )	$\eta$	$-\frac{\partial\eta}{\partial p} \cdot 10^5$	$u$
1	1.40	0.8715	97	0.932
10	1.42	0.8626	95	0.929
20	1.45	0.8536	91	0.929
30	1.47	0.8444	86	0.927
40	1.50	0.8361	80	0.928
50	1.53	0.8288	74	0.930
60	1.56	0.8219	66	0.934
70	1.59	0.8158	58	0.938
80	1.63	0.8105	50	0.947

## Izoterma — 78° 5.

$p$	( $k$ )	$\eta$	$-\frac{\partial\eta}{\partial p} \cdot 10^5$	$u$
1	1.40	0.7119	174	0.842
10	1.44	0.6946	175	0.834



$p$	( $k$ )	$\eta$	$-\frac{\partial \eta}{\partial p} \cdot 10^5$	$u$
20	1.50	0.6778	175	0.830
30	1.56	0.6599	177	0.824
40	1.63	0.6423	179	0.819
50	1.72	0.6252	176	0.820
60	1.81	0.6089	163	0.823

Izoterma — 103°.5.

$p$	( $k$ )	$\eta$	$-\frac{\partial \eta}{\partial p} \cdot 10^5$	$u$
1	1.40	0.6193	269	0.784
10	1.47	0.5959	271	0.773
20	1.56	0.5697	275	0.760
30	1.68	0.5417	284	0.749
40	1.84	0.5125	287	0.741
50	2.25	0.4839	279	0.740

Izoterma — 130°.

$p$	( $k$ )	$\eta$	$-\frac{\partial \eta}{\partial p} \cdot 10^5$	$u$
1	1.41	0.5209	410	0.721
10	1.49	0.4842	420	0.688
20	1.62	0.4410	440	0.652
30	1.79	0.3936	530	0.598
35	1.89	0.3650	610	0.557

Izoterma — 135°.

$p$	( $k$ )	$\eta$	$-\frac{\partial \eta}{\partial p} \cdot 10^5$	$u$
1	1.39	0.5022	470	0.702
10	1.46	0.4593	480	0.658
20	1.59	0.4083	510	0.608
30	1.88	0.3502	690	0.543
33	2.03	0.3279	800	0.513

Izoterma — 140°.

$p$	( $k$ )	$\eta$	$-\frac{\partial \eta}{\partial p} \cdot 10^5$	$u$
1	1.37	0.4834	510	0.683
10	1.42	0.4373	530	0.628
20	1.53	0.3808	620	0.560
30	1.79	0.3063	1000	0.444

Według tych danych wykreśliłem na fig. 5. izotermy prędkości głosu, liniami kreskowanymi; obok nich przedstawione są dwie izotermy  $0^{\circ}$  i  $-78^{\circ}5$ , otrzymane z doświadczenia, liniami pełnymi.

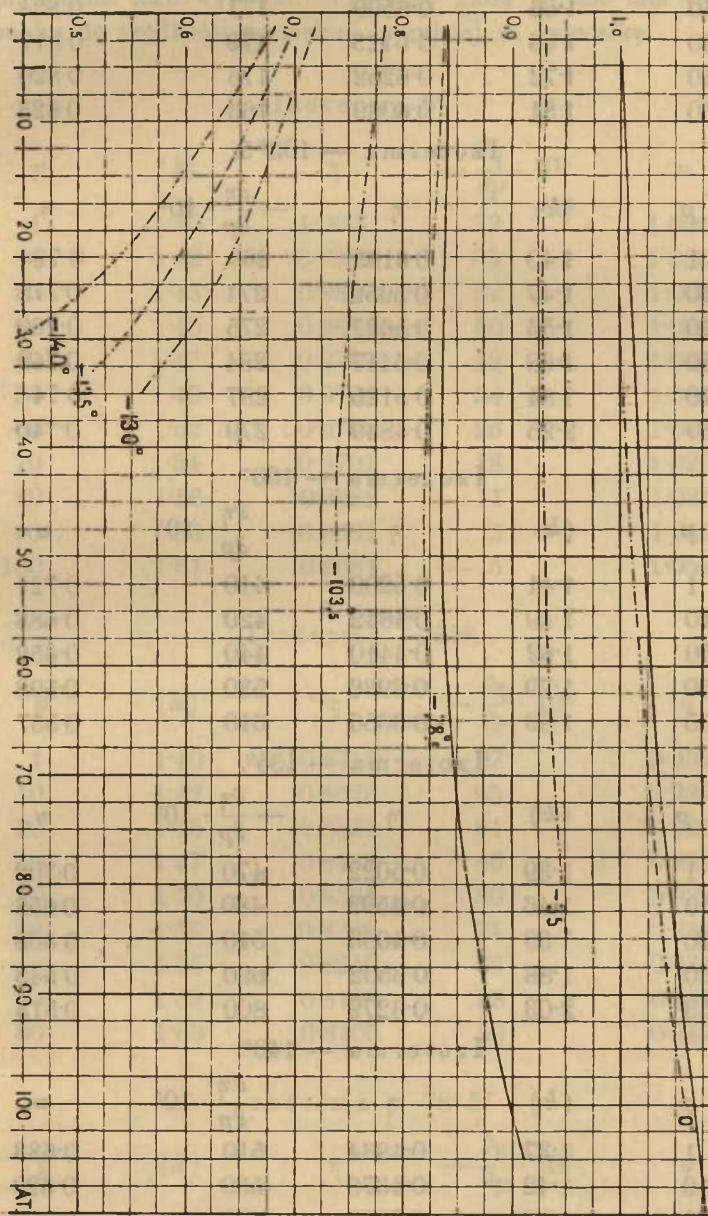


Fig. 5.



Przebieg tych izoterm jest bardzo podobny do przebiegu linii ściśliwości ( $\eta$ )<sup>1)</sup>; bo istotnie, jak to okazuje także wzór (3), zmienność prędkości głosu jest w pierwszym rzędzie zależna od zbieżności od prawa Boyle'go; w drugim rzędzie uwydatnia się dopiero wpływ zmienności stosunku  $k$ .

Na podstawie tego rysunku można także ocenić wartość doświadczalnych wyznaczeń prędkości głosu. Izotermy obliczone i zmierzone biegną prawie równolegle obok siebie; prawa zmienności prędkości głosu, ze wzrostem ciśnienia, nie mogą tedy ulegać wątpliwości. Zarazem okazuje się, że prędkości mierzone są stale o 1 do 2% większe od obliczonych. Znajdujemy tu zatem niezależne potwierdzenie tego, co było powiedziane w ust. 14., pod względem wpływu amplitudy drgań, na prędkość głosu w gazach zgęszczonych.

*Zakład fizyczny Uniwersytetu Jagiellońskiego. Marzec 1899.*

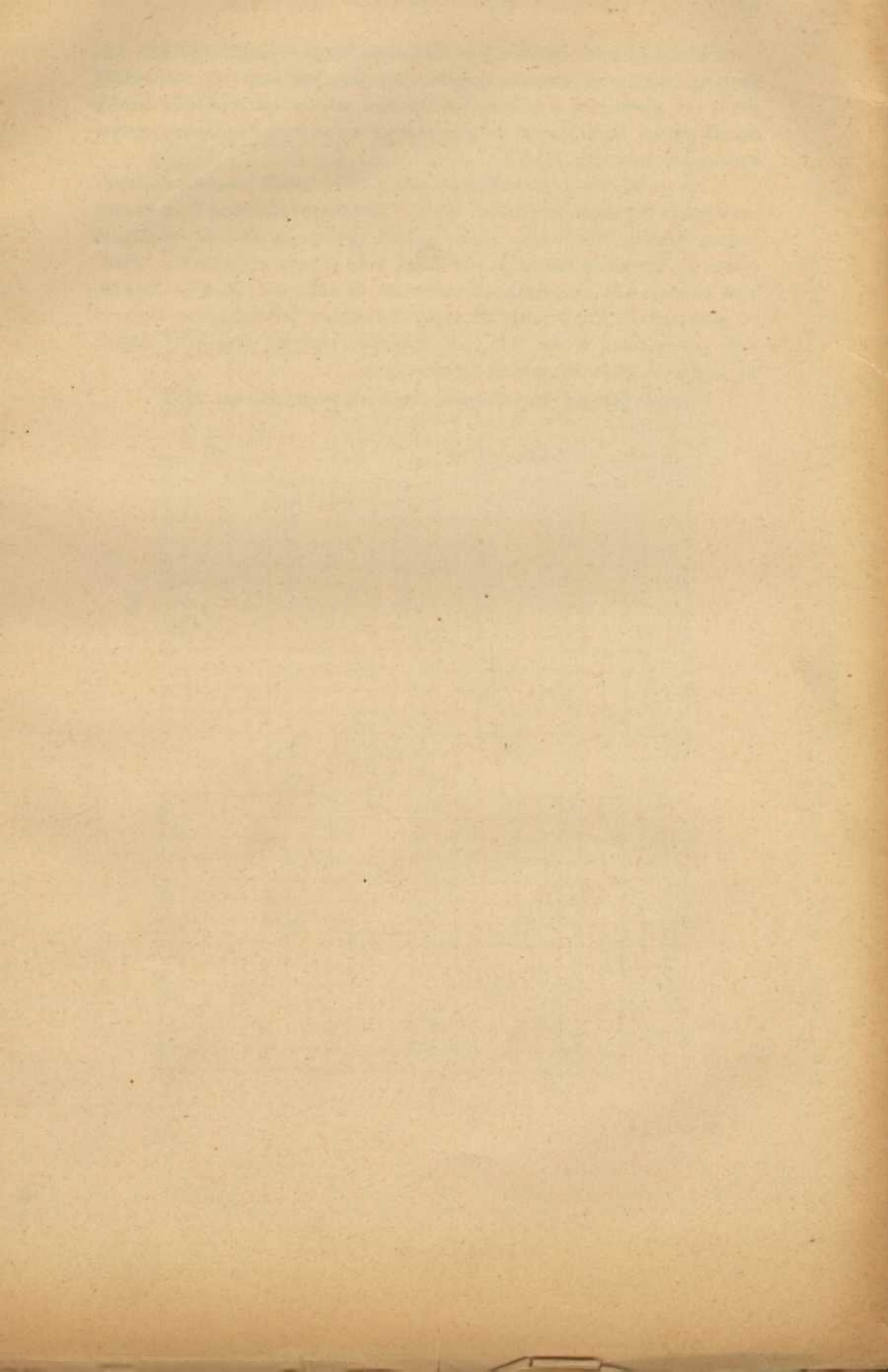
---

<sup>1)</sup> Rozprawy, tom XXIII, tab. VII.









- S. Jentys: Studya nad rozkładem i przyswajalnością związków azotowych w odchodach zwierzęcych, lex. 8<sup>o</sup>, str. 113, z 9 rycinami. Cena 1 złr. 25 ct.  
 — O wpływie tlenu na rozkład związków azotowych w odchodach zwierzęcych, lex. 8-o, str. 30. Cena 40 ct.
- H. Kadyi: Przyczynki do anatomii porównawczej zwierząt domowych (z tablicą jedną i 2 rycinami) lex. 8<sup>o</sup> str. 22. Cena 50 ct.
- S. Kępiński: O funkcjach Fuchsa dwu zmiennych zespolonych, lex. 8-o, str. 11. Cena 20 ct.
- K. Klecki: Badania doświadczalne nad sprawą wydzielania w jelicie cienkim, lex. 8<sup>o</sup>, str. 55. Cena 60 ct.
- K. Kostanecki: Badania nad zapłodnionemi jajkami jeźowców, lex. 8-o, str. 44. Z tablicą. Cena 60 ct.
- M. Kowalewski: Studya helmintologiczne, lex. 8-o, Część I, z jedną tablicą, str. 19. Cena 30 ct. — Część II. Przyczynek do histologicznej budowy skóry niektórych przywr, z jedną tablicą i jedną ryciną w tekście, str. 19. Cena 25 ct. — Część III. Bilharzia polonica sp. nov., z jedną tablicą, str. 30. Cena 40 ct. — Część IV. Bilharzia polonica sp. nov. Sprostowania i uzupełnienia. Z jedną tablicą, str. 12. Cena 20 ct.
- J. Kowalski: O prawie zgodności termodynamicznej w zastosowaniu do roztworów potrójnych, lex. 8<sup>o</sup>, str. 5. Cena 10 ct.
- W. Kretkowski: O pewnej tożsamości, lex. 8<sup>o</sup> str. 4. Cena 10 ct.
- F. Kreutz: O przyczynie błękitnego zabarwienia soli kuchennej, lex. 8<sup>o</sup> str. 13. Cena 25 ct.
- L. Marchlewski: Synteza cukru trzcinowego, lex. 8-o, str. 6. Cena 10 ct.
- A. Mars: O złośliwym gruczolaku macicy (Adenoma destruens uteri) (z jedną tablicą) lex. 8<sup>o</sup> str. 15. Cena 50 ct.
- A. Mars i J. Nowak: O budowie i rozwoju łożyska ludzkiego, lex. 8-o, str. 49. Z trzema tablicami. Cena 80 ct.
- F. Mertens: Przyczynek do rachunku całkowego, lex. 8<sup>o</sup>, str. 14. Cena 20 ct.  
 — O zadaniu Malfattego, lex. 8<sup>o</sup>, str. 26. Cena 35 ct.
- W. Natanson: Studya nad teorią roztworów, lex. 8<sup>o</sup> str. 38. Cena 50 ct.  
 — O znaczeniu kinetycznem funkcji dysypacyjnej, lex. 8<sup>o</sup>, str. 10. Cena 20 ct.  
 — O prawach zjawisk nieodwracalnych, lex. 8-o, str. 28. Cena 50 ct.
- J. Niedźwiecki: Przyczynek do geologii pobraża karpackiego w Galicyi zachodniej, lex. 8<sup>o</sup>, str. 13. Cena 20 ct.
- S. Niementowski: Syntezy związków chinazolinowych, lex. 8<sup>o</sup>, str. 15. Cena 25 ct.  
 — O utlenianiu związków chinazolinowych, lex. 8-o, str. 15. Cena 20 ct.
- J. Nowak: Badania doświadczalne nad etiologią skrobiawicy, lex. 8-o, str. 35. Cena 50 ct.  
 — Dalsze badania nad budową i rozwojem łożyska ludzkiego, lex. 8-o, str. 32. Z dwiema tablicami. Cena 50 ct.
- J. Nusbaum: Przyczynek do kwestyi powstawania śródblonków i ciałek krwi, lex. 8<sup>o</sup>, str. 56, z 3 tablicami. Cena 1 złr.  
 — Lyssa i szczątki podjęzka zwierząt mięsożernych, lex. 8-o, str. 21, z jedną tablicą podwójną. Cena 35 ct.
- K. Olearski: Nowy sposób całkowania pewnych równań różniczkowych pierwszego rzędu o dwu zmiennych, lex. 8<sup>o</sup> str. 11. Cena 20 ct.
- K. Olszewski: Próba skroplenia helu (helium), lex. 8-o, str. 8. Cena 10 ct.
- K. Olszewski i A. Witkowski: O własnościach optycznych ciekłego tlenu. Z 2 rycinami, lex. 8<sup>o</sup> str. 4. Cena 10 ct.
- B. Pawlewski: Z teoryi roztworów (z dwiema figurami w tekście), lex. 8<sup>o</sup> str. 20. Cena 30 ct.
- G. Piotrowski: O wahanii wstecznem przy pobudzaniu różnych miejsc tego samego nerwu, lex. 8<sup>o</sup> str. 31. Cena 25 ct.
- F. E. Polzeniusz: O działaniu chlorku benzoilowego na kwasy i bezwodniki kwasowe, lex. 8-o, str. 6. Cena 10 ct.
- J. Prus: O ciałkach Russella, lex. 8-o, str. 18, z tablicą. Cena 40 ct.
- J. Puzyna: O wartościach funkcyi analitycznej na okręgach spółrodkowych z kołem zbieżności jej elementu, lex. 8<sup>o</sup> str. 51. Cena 65 ct.



391158

Do użytku tylko w obrębie  
Biblioteki

- M. Raciborski: Chromatofilia jąder worka zalążkowego  
— Przyczynek do morfologii jądra komórkowego (z tablicą), lex. 8° str. 11. Cena 20 ct.  
— Cycadeoidea Niedzwiedzkiej. Nov. Sp. (z dwiema tablicami), lex. 8° str. 22, z tablicami. Cena 3 zlr.  
— Elaioplasty liliowatych, lex. 8°, str. 22, z tablicami. Cena 3 zlr.  
— Pseudogardneria, nowy rodzaj z rodziny Loganiaceae, z rysunkami w tekście. Cena 20 ct.
- K. Radziewanowski: Przyczynki do znajomości działania chlorku glinowego, lex. 8°, str. 11. Cena 20 ct.  
— O zastosowaniu glinu metalicznego do syntez węglowodorów aromatycznych, lex. 8-o, str. 9. Cena 20 ct.
- M. P. Rudzki: Przyczynek do teorii fal wodnych niewirowych, lex. 8-o, str. 11. Cena 15 ct.
- J. Schramm: O połączeniach styrolu z kwasem solnym i bromowodorowym, lex. 8° str. 6. Cena 10 ct.
- M. Siedlecki: O budowie leukocytów oraz o podziale ich jąder u jaszczurów, lex. 8-o, str. 30. Z tablicą. Cena 50 ct.
- L. Silberstein: Porównanie pola elektromagnetycznego z ośrodkiem sprężystym, lex. 8°, str. 9. Cena 15 ct.
- J. A. Stodółkiewicz: Kilka uwag o czynniku całującym równań różniczkowych, lex. 8°, str. 7. Cena 15 ct.
- W. Syniewski: O metylowęgłanach wielowartościowych fenolów, lex. 8-o, str. 5. Cena 10 ct.
- J. Szyszylowicz: Diagnoses plantarum novarum; pars I. lex. 8°, str. 25. Cena 30 ct.
- L. Teichmann: Naczynia limfatyczne w słonowacinie (Elephantiasis Arabum) 5 tablic in 4° w teczce, oraz tekst imp. 8° str. 51. Cena 3 zlr.
- L. Wachholz: O oznaczaniu wieku ze zwłok na podstawie kostnienia główki kości ramieniowej, lex. 8°, str. 44, z tablicą. Cena 65 ct.
- D. Wierzbicki: Spostrzeżenia magnetyczne wykonane w zachodniej części W. X. Krakowskiego w roku 1891, lex. 8° str. 20. Cena 30 ct.
- A. Wierzejski: Rotatoria (Wrotki) Galicji. Z 3 tablicami i 3 rycinami w tekście, lex. 8° str. 106. Cena 1 zlr. 25 ct.
- A. W. Witkowski: O własnościach termodynamicznych powietrza, lex. 8-o, str. 46. Z dwiema tablicami i 6 rysunkami. Cena 60 ct.
- Wł. Zajączkowski: O inwolucji punktów na liniach tworzących powierzchnię prostokątnej skośnej, lex 8-o, str. 23, z figurą w tekście. Cena 30 ct.
- I. Zakrzewski: O zależności ciepła właściwego ciał stałych od temperatury, lex. 8° str. 16. Cena 30 ct.
- R. Załoziecki: O terpenowych węglowodorach w nafcie, lex. 8°, str. 13. Cena 20 ct.
- „ Zanietowski: Poszukiwania nad zmianami elektrotonicznymi w pobudliwości nerwów, lex. 8-o, str. 47. Z dwiema tablicami. Cena 70 ct.
- K. Zorawski: O linii wskazującej krzywiznę powierzchni, lex. 8°, str. 16. Cena 25 ct.  
— Iteracye i szeregi odwracające, lex. 8°, str. 10. Cena 20 ct.
- Sprawozdania Komisji fizyograficznej obejmujące pogląd na czynności dokonane w ciągu roku 1891 oraz materiały do fizyografii krajowej. Tom XXXI, 8-o, str. XXXIX, 60, 255 i 258, z 2-ma tablicami. Cena 4 zlr.