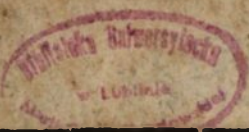


no 343/6



Lubartów 1.
K 215/51/21

ĆWICZENIA
NAUKOWE.

N^{ro} 6.

ODDZIAŁ MATEMATYCZNO-
FIZYCZNY.

1818.

w WARSZAWIE,
u N. GLÜCKSBERGA
XIĘGARZA I TYPOGRAFA
*Uprzywilejowanego, Królewskiego
Uniwersytetu.*

w KRZEMIENCU u tegoż.

CWICZENIA

WYKŁADY

N. 5.



K. 9.15/5/21

W WARSZAWIE

W M. GŁÓCKIEJ

WYDAWALNIA

WARSZAWA

1881

W KRAKOWIE

Pras. 15179/2/6

61

Zastosowanie Teoryi wymiarów.

*T*eoryia wymiarów nie jest bez użycku w Matematyce: zastosowanie iéy szczególniézdaie się znaydować miesce w rozwiianiu zrównań z danych warunków i w summowaniu szeregów. Za zasady zaś takowego stosowania, służą następujące twierdzenia:

- 1°) *Ze w funkcyi z ilukolwiek wyrazów złożoney, wszystkie wyrazy są iednakowego wymiaru: wyrazy te bowiem połączone będą znakami + lub —, zaś nie możemy dodawać ani odciągac od siebie tylko wielkości mającé spólną z sobą miarę porównywania.*
- 2°) *że w zrównaniu każdém wyrazy obu iego członków są iednego wymiaru:*
- 3°) *że przeto szereg każdy będzie zawsze tego samego wymiaru co funkcya z której rozwinięcia powstał. Dwa te ostatnie twierdzenia są tylko wnioskiem pierwszego.*
- 4°) *Ze wykładnik potęgi jest zawsze liczbą ogólną: to wypada z samego określenia wykładnika:*

ODDZ: MAT: FIZ: TOM II. 5

- 5°) Ze różnica i różniczka wielkości jest zawsze tego samego wymiaru co wielkość sama: odmiany bowiem wielkości jakie w matematyce wyższej uważamy są tylko odmianami wartości.
- 6°) że każdy Logarytm jest wielkością ogólną: w równaniu bowiem przestępnym $a^x = y$, wykładnik x jest logarytmem y , zaś powiedzieliśmy (4°) że wykładnik potęgi jest zawsze liczbą ogólną.

Można to jeszcze okazać przez rachunek dyferencyjalny: mamy albowiem $\log. x$

$$= \frac{dx}{x}, \text{ zaś różnica wielkości (5) jest}$$

tęgo samego wymiaru co wielkość sama, przeto wymiar $\frac{dx}{x}$ (równy jest $m) - m) = 0$

- 7°) że linie Trygonometryczne są także wielkościami ogólnymi: linie bowiem geometryczne co do wielkości swiędzą ogólne lub mianowane, podług tego jak odniesione są do jedności pewnej ogólnej lub mianowanej: rachunek zaś linii trygonometrycznych stosować zwykliśmy do promienia wyrażonego przez jedność ogólną, przeto i linie te same w rachunku swoim będą wielkościami ogólnymi.—

Po tych ogólnych twierdzeniach, przejdźmy do zastosowań szczególnych i uważ-

my naprzod Teoryją wymiarow w związku iaki mieć może z Teoryją summowania szeregów. —

Funkcya dająca się rozwinąć na szereg nieskończony nie może być tylko albo ułomkową, albo pierwiastkową, albo logarytmiczną albo trygonometryczną; do tych czterech rodzajów lub do ich różnych połączeń, odnoszą się wszystkie funkcje których rozwinięciami mogą być szeregi nieskończone. —

Powiedzieliśmy (5°) że szereg jest zawsze tego samego wymiaru co funkcya z której rozwinięcia powstał: przejdźmy więc przez różne rodzaje funkcyy mogą tych rodzic szeregi nieskończone i zastanówmy się iaki wymiar służyć powinien odpowiednym każdej z tych funkcyy szeregom. — a naprzod:

Funkcya ułomkowa wtenczas tylko daje się rozwinąć na szereg nieskończony kiedy w niej wymiar licznika jest mniejszy od wymiaru mianownika, to jest kiedy wymiar funkcyi samey jest odjemny: że zaś w tenczas i wymiar szeregu będzie odjemny, przeto *funkcya ułomkowa rozwinięta na szereg nieskończony da zawsze szereg wymiaru odjemnego.* 5*

W wyciąganiu pierwiastków wymiar funkcyi pod znakiem pierwiastkowym będący dzieli się przez wymiar potęgi: w tym zaś razie wymiar funkcyi albo będzie większy, albo równy albo mniejszy od wymiaru potęgi, a w miarę tego będzie wymiar funkcyi pierwiastkowej albo większy, albo równy, albo mniejszy od iedności; w żadnym zaś razie nie będzie ani równy zero ani odjemny, chyba by wymiar funkcyi pod znakiem pierwiastkowym, albo wymiar samego znaku pierwiastkowego był odjemny, lecz w ten czas funkcyja dana należeć raczy będzie do przypadku pierwszego, to jest będzie właściwie funkcyją ułomkową. —

Funkcyja przeto właściwie pierwiastkowa musi być zawsze wymiaru większego od zero a zatem zawsze dodatniego; skąd też taż *funkcyja pierwiastkowa rozwinięta na szereg nieskończony da zawsze szereg wymiaru dodatniego.* —

Nakoniec pokazaliśmy (twierd: 6. i 7.) że funkcyje logarytmiczne i trygonometryczne są zawsze wymiaru zero, przeto też jeszcze i szeregi z rozwinięcia funkcyi logarytmicznych i trygonometrycznych powstające, będą zawsze wymiaru zero. —

Stąd oczywiście wypada:

- 1°) że szereg wymiaru dodatniego nie może być tylko rozwinięciem funkcji pierwiastkowej —
- 2°) że szereg wymiaru odjemnego niemoże być tylko rozwinięciem funkcji ułamkowej —
- 3°) że szereg wymiaru zero niemoże być tylko rozwinięciem funkcji logarytmicznej lub trygonometrycznej.

Tym tedy sposobem, przez samo ocenienie wymiaru szeregu danego, potrafimy osądzić iakiego rodzaju funkcji jest on rozwinięciem: a przez odniesienie potem szeregu danego do wzoru ogólnego szeregów z rozwinięcia takowego rodzaju funkcyy powstających, potrafimy oznaczyć samą funkcją rodzącą.—

Lecz iak ocenić w każdym razie ów wymiar danego szeregu? a naprzód iak poznać w każdym razie czyli wyrazy onego mają pewny właściwy sobie wymiar? lub żadnego nie mają?

W tym celu wypada nam odnieść się do tego cośmy na początku w twier. 3° powiedzieli, że w szeregu nieskończonym równie iak w każdej funkcji skończonej wszystkie ogólnie wyrazy są iednakowego wymiaru.—

Na tej zasadzie, nazwawszy ogólnie wymiary wszystkich w szczególności wielkości w skład wyrazów szeregu wchodzących, podobnie nazwawszy ogólnie wymiar panujący szeregu, będziemy mieli tyle szczególnych zrównań wymiarowych, ile będzie wyrazów szeregu, a z uwagi tych zrównań i onych wzajemnego przerabiania przyjdziemy w każdym razie do oznaczenia, czyli wyrazy danego szeregu są wymiaru zero, lub mają pewny wymiar i jaki?

Okażmy to na przykładach:

1° weźmy szereg:

$$y = \frac{1}{a} - \frac{x}{a^2} + \frac{x^2}{a^3} - \frac{x^3}{a^4} + \text{it.d.}$$

nazwiemy wymiar a przez m , wymiar x przez n , a wymiar panujący szeregu to jest wymiar stateczny każdego z jego wyrazów przez p , będziemy mieli:

$$0 - m = p.$$

$$n - 2m = p.$$

$$2n - 3m = p.$$

i t. d.

skąd $p = -m$ i $n = m$; a wartość ta n wprowadzona we wszystkie równania przywodzi je wszystkie do kształtu $p = -m$, co znaczy że wymiar panujący szeregu jest odjemny,

a zatem że, podług tego cośmy powiedzieli, szereg dany musi być rozwinięciem funkcji ułomkowej, jakoż istotnie powstaie z rozwinięcia funkcji $\frac{1}{a+x}$.

2° Weźmy znowu szereg:

$$y = a + \frac{bx}{2a} - \frac{b^2 x^2}{8a^3} + \frac{b^3 x^3}{16a^5} - \text{i t. d.}$$

a nazwawszy wymiar a przez m , wymiar b przez n , wymiar x przez p , zaś wymiar panujący przez q , będzie:

$$\begin{aligned} m &= q \\ n + p - m &= q \\ 2n + 2p - 3m &= q \\ &\text{i t. d.} \end{aligned}$$

skąd $m = n + p$, zatem $m < (n + p)$, przeto $n + p - m = q$ jest dodatnóm, zatem podług tego cośmy wyżej powiedzieli szereg dany musi być rozwinięciem funkcji pierwiastkowej, jakoż istotnie powstaie z rozwinięcia funkcji $\sqrt{a^2 + bx}$.

3° Weźmy daléy za przykład szereg:

$$y = k + \frac{h}{x} - \frac{h^2}{2x^2} + \frac{h^3}{3x^3} - \text{i t. d.}$$

nazwawszy wymiary k , h , x i panujący przez m , n , p i q będzie:

$$m = q.$$

$$n - p = q.$$

$$2n - 2p = q.$$

$$3n - 3p = q.$$

skąd $2n - 2p = n - p$, $n - p = q = 0$; zatem wymiar szeregu jest zero, szereg więc dany musi być rozwinięciem funkcji logarytmicznej lub trygonometrycznej: jakoż istotnie jest rozwinięciem funkcji $\log(x_1 + h)$, a pierwszy w nim wyraz $h = \log x$.

4°) Nakoniec weźmy jeszcze pod uwagę szereg:

$$y = h - \frac{h^3}{2 \cdot 3} + \frac{h^5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} - \text{i t. d.}$$

gdzie nazwawszy wymiar h przez m , a wymiar panujący przez p . będzie:

$$m = p.$$

$$3m = p.$$

$$5m = p.$$

i t. d.

Oczywista zaś jest że równania te nie będą mogły wszystkie razem mieć miejsca tylko wtenczas kiedy będzie $m = 0$; jest przeto $m = 0$ skąd i $p = 0$, co znaczy że szereg dany musi być równie iak poprzedzający rozwinięciem funkcji logarytmicznej lub trygonometrycznej; iakoż istotnie szereg powyższy jest rozwinięciem *wst. h.*

Tu jest miejsce oznaczyć różnicę między sobą szeregów nieznających żadnego wymiaru przez wzgląd na funkcje których są rozwinięciem; to jest, gdy iakieżmy okazali szereg wymiaru zero może być równie rozwinięciem funkcji logarytmicznej lub trygonometrycznej, wypada wskazać cechy po których w każdym razie rozeznaczyć można, czy szereg dany wymiaru zero jest rozwinięciem funkcji pierwszego czy drugiego rodzaju?

W tym zaś względzie uważamy naprzód, że ponieważ wymiar ogólny każdego wyrazu szeregu jest funkcją wymiarów wielkości szczególnych skład tego wyrazu wchodzących, wymiar przeto ogólny wyrazu może stać się równym zero, albo przez zniesienie się iednych przez drugie wymiarów szczególnych, albo przez niedostatek takowych wymiarów: ostatni przypadek ma miejsce, kiedy wyraz pod uwagę wzięty jest składem samych wielkości ogólnych, pierwszy kiedy jest składem i ogólnych i mianowanych; co zaś mówimy o wyrazach, rozumie się równie i o całkowitych szeregach. Uważając jakim sposobem w dwóch ostatnich wziętych za przykład szeregach, przyszliśmy do odkrycia w nich wymiaru równego zero, przypominamy sobie iż w pierwszym otrzymaliśmy wymiar szeregu

równy zero z samego rozwiązania równań wymiarowych, w drugim z uwagi oczywistej niedorzeczności takowych równań w każdym innym przypuszczeniu, co nas przywiodło do uznania wszystkich wielkości w skład owych równań wchodzących za równe zero. Dwa te więc przypadki odpowiadają oczywiście dwom dopiero przez nas odróżnionym przypadkom w których szereg wymiaru zero znajdować się może; skąd wypadałoby: że szereg z rozwinięcia funkcji logarytmicznój powstający, lubo jest wymiaru zero, zamyka jednak w składzie swoim wielkości mianowane, kiedy przeciwnie szereg będący rozwinięciem funkcji trygonometrycznej niemoże zamykać tylko same wielkości ogólne. I w saméj rzeczy, jeżeli tylko zastanowimy się nad naturą wielkości wchodzących w skład takowych szeregów, dostrzegamy iawnie iż w wyrażenie logarytmu wielkości przez szereg nieskończony, wchodzi zawsze taż wielkość sama, którą w każdym razie za mianowaną uważać możemy, kiedy w wyrażenie linii trygonometrycznej przez szereg nieskończony, nie mogą wchodzić tylko promień, łuki i inne linie trygonometryczne, które wszystkie równie jak tę linią samą uważać zwykliśmy za ogólne. Mamy

więc prawidło na odróżnianie szeregów wymiaru zero przez wzgląd na funkcye których te są rozwinięciem; to jest: że *kiedy szereg dany wymiaru zero, zamyka iednak wielkości mianowane* (co poznaiemy kiedy wymiar iego zero wypada z samego rozwiązania zrównań wymiarowych) *wtenczas szereg ten jest rozwinięciem funkcyi logarytmiczney*; przeciwnie *kiedy szereg dany wymiaru zero ma w składzie swoim same tylko wielkości ogólne*: (co poznaiemy, kiedy wymiar zero wypada z saméy niedorzeczności zrównań wymiarowych) *szereg ten jest rozwinięciem funkcyi trygonometryczney*.

Doszedłszy przez takowe sposoby, do jakiego rodzaju szeregów nieskończonych należy szereg dany którego funkcją rodzącą odkryć chcemy, idzie o wynalezienie téy funkcyi saméy. Na ten koniec dość jest porównać szereg dany, z wzorem ogólnym szeregów takowego rodzaju, z którego porównania łatwo nam iuż będzie oznaczyć wyrazy szczególne funkcyi szukanej. Postępowanie w tym względzie, lubo od teoryi wymiarów bynajmniéy iuż nie zależy, nie od rzeczy jednak będzie (dla samego wyświecenia przydatności powyższego zastosowania) okazać ie tu choć na jednym przykładzie.

Weźmy zrównanie stopnia drugiego $x^2 + bx + a = 0$, gdzie x jest wymiaru pierwszego,

b także wymiaru pierwszego, a a wymiaru drugiego; uczynimy:

$x = A + Ba + Ca^2 + Da^3 + Ea^4 + \text{i t. d.}$
 a oznaczywszy za pomocą teorii powrotu szeregów, współczynniki nieoznaczone $A, B, C, D, E,$ i t. d. będziemy mieli:

$$x = -\frac{a}{b} - \frac{a^2}{b^3} - \frac{2a^3}{b^5} - \frac{5a^4}{b^7} - \text{i t. d.}$$

to jest x wyrażone przez szereg nieskończony, którego gdybyśmy znaleźli funkcją rodzającą, mielibyśmy wartość x wyrażoną w funkcji skończonej, a tém samym rozwiązanie równania.

Ponieważ x jest wymiaru pierwszego, jest więc i szereg go wyrażający równie wymiaru pierwszego dodatniego, a zatem, podług tego cośmy wyżej powiedzieli, szereg ten nie może być tylko rozwinięciem funkcji pierwiastkowej. Wzór zaś ogólny na rozwinięcie funkcji pierwiastkowej jest:

$$\begin{aligned} \sqrt[m]{(p + qz + rz^2 + sz^3 + tz^4 + \text{i t. d.})} &= p^{\frac{1}{m}} \\ &+ \frac{qz}{m p^{\frac{m-1}{m}}} + \frac{2m pr - (m-1)q^2}{2m^2 p^{\frac{2m-1}{m}}} z^2 + \\ &+ \frac{6m^2 p^2 s - 6m.m-1pqr + (2m-1)(m-1)q^3}{6.m^3 P^{\frac{3m-1}{m}}} z^3 + \text{p. t.} \end{aligned}$$

do którego przychodzimy przez proste rozwinięcie funkcji ogólnej pierwiastkowej za pomocą teorii pytań nieoznaczonych: porównamy więc nasz szereg otrzymany z tym wzorem ogólnym; wprzód jednak możemy go jeszcze zamienić na szczególniejszy przez następującą uwagę.

Ponieważ szereg otrzymany jest wymiaru pierwszego, uważając więc że i w tym wzorze ogólnym szereg jest wymiaru pierwszego, będzie p wymiaru m , a zatem wyraziwszy je przez P^m , gdzie P będzie wymiaru pierwszego, wzór ogólny przerobi się na następujący:

$$\begin{aligned} & \sqrt{(P^m + qz + rz^2 + sz^3 + tz^4 + \text{it.d.})} \\ &= P + \frac{qz}{mP^{m-1}} + \frac{2mP^m r - (m-1)q^2}{2m^2 P^{2m-1}} z^2 + \text{it.d.} \end{aligned}$$

a zastanawiając się nad tym nowym wzorem, dostrzegamy że w nim różnica wykładników w mianownikach każdego dwóch przyległych wyrazów równa się zawsze wykładnikowi znaku pierwiastkowego funkcji rozwiniętej, tak, $(2m-1) - (m-1) = m$, $(3m-1) - (2m-1) = m$, i t. d. — Tym tedy sposobem, kiedy szereg dany z rozwinięcia funkcji pierwiastkowej powstający jest wymiaru pierwszego, potrafimy, przerobiwszy go tak iżby

w mianownikach ięgo wyrazów znajdowała się iedna tylko wielkość wymiaru pierwszego, oznaczyć zawsze wykładnika znaku pierwiastkowego funkcyi na takowy szereg rozwinięty, *ten bowiem wskazany wtenczas zostanie przez różnicę wykładników w mianownikach dwóch jakichkolwiek przyległych sobie wyrazów.* Odnosząc to do naszego szeregu, ponieważ w nim bez żadnego nawet przerobienia wyraz każdy w mianowniku zamyka samo tylko b , które jak powiedzieliśmy jest wymiaru pierwszego, przeto różnica w nim wykładników w mianownikach dwóch jakichkolwiek wyrazów przyległych, powinna wskazać natychmiast wykładnika znaku pierwiastkowego, różnica zaś ta jest stateczna i równa się 2, co znaczy że funkcya z rozwinięcia której otrzymany przez nas szereg powstał, znajduje się pod znakiem pierwiastkowym potęgi drugiey. Wprowadzając ten nowy szczególny warunek w nasz wzór ogólny, to jest czyniąc w nim $m = 2$, przerabiamy go na nierównie szczególniejszy i otrzymujemy dwa szeregi:

$$\begin{aligned} \sqrt{A + Ba + Ca^2 + D a^3 + \text{i t. d.}} &= \\ &= A^{\frac{1}{2}} + \frac{Ba}{2A^{\frac{1}{2}}} + \frac{4AC - B^2}{8A^{\frac{1}{2}}} a^2 + \end{aligned}$$

$$+ \frac{8 A^2 D - 4 A B C + B^3}{16 A^{\frac{1}{2}}} a^3 + \text{itd} \quad i$$

$$V(\overline{A + Ba + Ca^2 + Da^3 + \text{i t.d.}}) = A^{\frac{1}{2}} \\ - \frac{a}{b} - \frac{a^2}{b^3} - \frac{2a^3}{b^5} - \frac{5a^4}{b^7} - \text{i t.d.}$$

gdzie $A, B, C, D, \text{ i t.d.}$ oznaczają współczynniki ogólne które przez b wyrazić potrzeba.

Porównywaiąc zaś współczynniki wyrazów obu szeregów towarzyszące tym samym potęgom a , mamy:

$$\frac{B}{2 A^{\frac{1}{2}}} = - \frac{1}{b}$$

$$\frac{4 A C - B^2}{8 A^{\frac{3}{2}}} = - \frac{1}{b^3},$$

$$\frac{8 A^2 D - 4 A B C + B^3}{16 A^{\frac{5}{2}}} = - \frac{1}{b^5}$$

it. d.

Wszystkie te jednak zrównania nie posłużyłyby do oznaczenia współczynnیکów ogólnych $A, B, C, D, \text{ i t.d.}$ ponieważ mielibyśmy zawsze jedną ilośćią nieznaną więcéy niż zrównań, gdyby wyrazy funkcyi pierwiastkowej ciągnęły się bez końca; lecz ponieważ funkcyia ta iest skończoną idzie więc tylko oto czyliby niemożna z uwagi samego powyższego wzoru ogólnego wyciągnąć pewnego pravidła oznacza-

nia w każdym przypadku na ilu wyrazach skład funkcyi się kończy, a zatem jakie dalsze współczynniki za równe już zero uważać mamy prawo; przez takowe bowiem oznaczenie zmniejszyłaby się liczba ilości nieznanych, a liczba zrównań pozostawszy też sama posłużyłaby do naznaczenia wartości współczynników pozostałych.

Przypatrując się zaś z tego względu naszemu wzorowi ogólnemu (A), dostrzegamy, iż gdybyśmy w funkcyi pod znakiem pierwiastkowym, wszystkie wyrazy oprócz dwóch pierwszych uczynili równe zero, każdy współczynnik rozwiniętego szeregu byłby tylko iednowyrazowy; gdybyśmy zaś w funkcyi pod znakiem pierwiastkowym zachowali tylko trzy pierwsze wyrazy, liczba największa wyrazów z iakich współczynniki szeregu składać by się mogły, byłaby dwa, podobnie byłaby trzy, gdybyśmy w funkcyi pierwiastkowej zostawili tylko cztery pierwsze wyrazy, i t. d. — Nie wchodząc w dalsze uwagi w tym względzie, ponieważ w szeregu któryśmy na wartość x otrzymali, współczynnik każdy jest tylko iednowyrazowy, mamy więc prawo z tego cośmy dopiero powiedzieli wniesć odwrotnie, że funkcyia rodząca pod znakiem pierwiastkowym

wym potęgi drugiej umieszczona składać się nie może tylko zdwóch pierwszych wyrazów, a zatem że wszystkie dalsze współczynniki $C, D, E, F,$ i t. d. za równe zero uważać mamy prawo. Powiadam: dalsze współczynniki: ponieważ niemożemy w żaden sposób uważać A i B za równe zero. Uczyniwszy bowiem $A = 0,$ wszystkie wyrazy szeregu prócz pierwszego stałyby się nieskończenie wielkie; uczyniwszy zaś $B = 0,$ wyraz szeregu zamykający a w potęgę pierwszej zniknąłby; co gdy ani jedno, ani drugie w naszym przykładzie niema miejsca, w funkcją przeto pod znakiem pierwiastkowym niemożę wchodzić tylko dwa pierwsze współczynniki A i $B,$ wszystkie zaś inne są równe zero, a ten nowy warunek wprowadzony w nasz wzor ostatni przerabia go dla nas jak naykorzystniejszy, ponieważ otrzymujemy dwa szeregi:

$$\gamma(A + Ba) = A^{\frac{1}{2}} + \frac{Ba}{2A^{\frac{1}{2}}} + \frac{B^2 a^2}{8A^{\frac{3}{2}}} + \frac{B^3 a^3}{16A^{\frac{5}{2}}} \text{ itd}$$

$$\gamma(A + Ba) = A^{\frac{1}{2}} - \frac{a}{b} - \frac{a^2}{b^3} - \frac{2a^3}{b^5} - \text{it.d.}$$

z których już bardzo łatwo oznaczymy A i B przez $b,$ iakoż mamy:

$$\frac{B}{2A^{\frac{1}{2}}} = - \frac{1}{b}$$

$$\frac{B^2}{8A^{\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{b^3}$$

$$\text{skąd } B = -\frac{2A^{\frac{1}{2}}}{b}; B^2 = \frac{4A}{b^2};$$

$$\frac{1}{2A^{\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{b}; A = \frac{b^2}{4}; B = -1.$$

kładąc te wartości w naszą funkcją, otrzymujemy.

$$\gamma\left(\frac{b^2}{4} - a\right) = \frac{b}{2} - \frac{a}{b} - \frac{a^3}{b^3} - \frac{2a^3}{b^5} \text{ i t. d.}$$

ponieważ zaś:

$$x = -\frac{a}{b} - \frac{a^2}{b^3} - \frac{2a^3}{b^5} \text{ i t. d.}$$

$$\text{przeto } x = -\frac{b}{2} \pm \gamma\left(\frac{b^2}{4} - a\right)$$

wyrażenie wartości x zupełnie takie, iakie nam daie zwyczajne rozwiązanie zrównania przez dopełnienie potęgi.—

List P. Berzelius do P. Berthollet o dwóch nowych metallach.

Spieszę się udzielić WCPanu niektóre wypadki badań czynionych w Szwecyi w naszej ulubioney nauce: są one bardzo ważne. zachodzi tu odkrycie istoty metalicznej którey niedokwasem iest nowe alkali stałe, tudzież drugiey istoty metalicznej niedokwaszaiącey

się i bardziej podobney do siarki niż do innego iakiego ciała. —

Alkali nowe odkryte zostało przez P. Arfredson, młodego biegłego bardzo chemika, który od roku pracuje w moiém laboratorium; znalazł on to alkali w kamieniu już odkrytym przez P. Andrada, w kopalni Uto, i nazwanym przez niego *petalitem*. Kamień ten składa się, zaniedbując ułomki, z 0,80 krzemionki, 0,17 glinki, i 0,03 nowego Alkali. Dla wydobycia z niego tego ostatniego, używa się zwyczajnego sposobu skalcynowania kamienia w proszku z węglanem baryty, i oddzielenia z niego ziem wszystkich. Oto są głównejsze charaktery tego Alkali: 1° większa część kombinacyy jego z kwasami, są bardzo łatwo topiące się: siarczan jego i solan bardzo długo zostają w stanie płynnym nim do czerwoności doprowadzone zostaną. Węglan topi się zaczynając się zarzyć, a w tym stanie działa na palatynę z taką prawie siłą iak saletran innego iakiego Alkali. Siarczan krystallizuje się bardzo łatwo, a kryształy niezamykają wody skombinowaney. Roztwor ich nieosadza się przez solan platyny ani przez kwas winny (*acidi tartrique*) solan rozplywa się bardzo łatwo w wodzie, i przechodzi

może w tey własności solan wapna. Saletran kry-
stallizuje się w sześciiany ukośne; lecz chciwie
wilgoć przyciąga. Węglan trudno rospuszcza
się w wodzie; przez wyparowanie otrzymuje się
skrystallizowany w pryzmata, zwyczajnie ie-
dnak bardzo małe. Alkali to ma większą spo-
sobność nasycania kwasów niż inne Alkala
stałe, i przewyższa w tem nawet magneziją.
Ta okoliczność posłużyła do iego odkrycia:
bo sól z zasadą tego alkali przez rozbiór o-
trzymana, przewyższała o wiele w ciężarze,
to co ważyłoby była powinna, gdyby soda lub
potaż były iey zasadą. Bardzo naturalnie
było wniesć zrazu, że sól z zasadą, nie da-
jąca osadu z kwasem winnym, musi zamy-
kać w sobie sodę. To też właśnie naprzód
uczynił P. Arfredson, ale powtórzywszy
potrzykroć rozbiór petalitu z temi sa-
memi zupełnie wypadkami, wziął sobie
za powinność przypatrzeć się zbliska każdej
z iego części stanowiących; i w skutek to ta-
kowego przypatrywania się dostrzegł że isto-
ta alkaliczna miała oddzielne od innych al-
kalów własności. Nadaliśmy iey nazwisko
Lithion któreby przypominało że Alkali to
stałe odkrytem zostało w Krolestwie kopalnem

kiedy dwa drugie były odkryte w Królestwie roślinnem.

Istota metaliczna niedokwaszająca się następującym sposobem odkrytą została: w fabryce kwasu siarczanego, gdzie pali się siarka wydobyta z pirytów kopalni Fahlun, osiada u spodu wielkiej izby ołowianej masa czerwona składająca się szczególniej z siarki. Zasiągnąwszy z P. Gahn z Fahlun wiadomości względem sposobu ukwaszania tam siarki który nie jest zupełnie taki jak w Anglii używany, zastanowił nas ów osad czerwony. Przypatrzyliśmy się onemu, a znajdując iż w czasie palenia się wydawał bardzo mocny zapach chrzanu, zdał się nam podobnym do prawdy ten wniosek, że osad rzeczony był mieszaniną siarczyku ziemianu z siarką, niemogliśmy przyiść atoli do wydobywania z niego ziemianu. Wziąłem małą onego ilość z sobą do Sztokolmu, gdzie bliżej go rozważałem, i znalazłem wtenczas że siarka ta zamykała istotę obcą, bardzo lotną, bardzo łatwo topiącą się, niedającą się bynajmniej osadzać przez Alkalę, i po kilku bezkorzystnych usiłowaniach, przyszedłem na koniec do iey odosobnienia. —

Oto są własności, które w niej do tego czasu odkryłem: kolor iey uważany w massie iest szary z bardzo mocnym blaskiem metalicznym: odłom szklanny iak siarki, lub iak falcerców których ma kolor, ale więcey blasku; ciężkość iey gatunkowa iest około 4, 6; twarda iest, lecz bardzo krucha, prawie tak iak siarka. Przez utarcie daie proszek czerwony w którym tu i owdzie przebiia glanc metaliczny, tak iak w proszkach innych kruchych metallów.

W temperaturze wody wrzącey odmiękcza się, a w trochę wyższej topi się. Podczas oziębienia się zachowuie pewną płynność, iak siarka lub lak, tak że ią można gniesć w palcach, a w tym stanie daie się wyciągać na cienkie nitki obdarzone żywym glancem metalicznym, lecz które między światłem a okiem postrzegacza położone, stają się zupełnie przezroczyste daiąc przegłądać bardzo ciemny czerwony kolor. W trochę ieszcze wyższej temperaturze ciało to zagotowuie się i dystylluie się w kroplach metalicznych ciemnych.

Podczas sublimacyi, bania reorty wypełniona iest gazem żółtym, którego iednak kolor mniej iest mocny iak siarki w stanie gazu. Dystylluując ią w retorcie z szeroką szyi-

ką, sublimuje się w kształcie kwiatów pię-
 knego cynobrowego koloru, które iednak
 nie są bynajmniey znieokwaszonemi, po-
 nieważ z nich przez proste przetopienie o-
 trzymuje się taż sama massa metaliczna i
 szarawa. Sublimując ją w powietrzu, tak ie-
 dnak żeby zapalić się nie mogła, paruje w
 postaci dymu czerwonego nie mającego żadne-
 go właściwego zapachu. Przeciwnie kierując
 na nią płomień świcy, lub dmąc rurką pro-
 bierczą, nadaie płomieniowi piękny błękitno-
 lazurowy kolor, wydaiąc zapach chrzanu tak
 mocny, że $\frac{1}{10}$ grana tym sposobem ulotniona
 wystarczyłaby do zarażenia tym zapachem po-
 wietrza w obszerney nawet izbie. Klaproth
 powiedział że ziemian wydaie ten sam za-
 pach: iednak ani ziemian oczyszczony, ani ie-
 go niedokwas, ani kombinacyie iego z metal-
 lami zapachu tego niewydaia. Zamknąwszy
 aż dopiero kawałek ziemianu w małej kulce
 z szkła cienkiego, i dmąc nań rurką probierczą
 aż ziemian przeszedłszy do stanu pary zro-
 bił sobie otwór w szkłe odmiękczone, przy-
 szedłem do wydobywania rzeczonych zapachu:
 w tenczas zaś był taki sam zupełnie iak owey
 nowey istoty. Nie będę tu decydował, czyli
 zapach takowy wspólny iest im obom, lub

czyli ziemian ma częstokroć przy sobie tę nową istotę: iednakże dla przypomnienia stosunków tey ostatniey z ziemianem, nazwałem ją *selenium*. —

Selenium kombinuie się z metallami sprawiając częstokroć żywe ognienie się. Selenik potassu formuie bryłkę metaliczną białoszarawą, rospuszczającą się z prędkością i bez burzenia się w wodzie, którey udziela koloru piwa tęgiego i smaku podobnego zupełnie do siarczynu potażu. Kwasy wydobywają z niego gaz, którego zapach, kiedy się rozeydzie, podobny iest, aż do złudzenia, zapachowi gazu wodorodnego siarczystego, lecz który w małej nawet ilości, wprowadzony do nosa, sprawuie w nim bolesne czucie, po którym następuie mocne zapalenie i symptomata katarowe. Wodoselenik potażu rozpuszczony w wodzie, okrywa się naprzód czerwoną cynabrową powłoką, lecz która w miarę grubienia, staie się szarawą. Zmieszany z kwasem solnym, płyn męci się i osadza proszek czerwony: co dowodzi że ma w rospuszczeniu część tey istoty w zbytku, tak właśnie iak to ma miejsce w wodosiarczynie siarczystych. *Selenium* roztwarza się w Alkaliach stałych, tak drogą wilgotną, iak przez

stopienie. Seleniki alkaliczne są czerwono-cy-nabrowego koloru. Seleniki baryty i wapna są tegoż samego koloru, lecz nierozpuszczalne. Selenium rospuszcza się także w oleiach tłustych którym udziela czerwonego koloru. Roztwory te niemają żadnego hepaticznego zapachu tak iak podobne roztwory siarki. —

Selenium rospuszcza się w kwasie siarczanym przez ciepło. Roztwór ten wyparowany w retorcie, daie sól łatwo krystalizującą się i sublimującą w kształcie igiełek krystalicznych, częstokroć długości cala. Sublimat ten iest bardzo rospuszczalny tak w wodzie iak w alkoholu. Ma smak prawdziwie kwaśny, słonecznik mocno czerwieni, a z alkalami daie sole szczególne. Jest więc kwasem z zasadą selenium: seleniany alkaliczne krystalizują się z trudnością i przyciągają wilgoć z powietrza. Selenian amoniaku wystawiony na moc ciepła rozkłada się, oddziela się nieco amoniaku, poczem kwas seleniowy sublimuje się; lecz naywiększa część amoniaku rozkłada się: wydobywa się woda i gaz saletrorodny, a seleniem zostaje w stanie roztworu, skąd może bydź potem sublimowany. Selenian barytyczny rospuszcza się w wodzie, lecz prawie nic w wysoku. Krystallizuje się w igły

których ostateczności okrywaią się wiązką innych mniejszych igiełek. Przystanki powoli zapełniają się, i tym sposobem sól ta formuje kryształy kształtu kulistego, których powiększenia nawet przez drobnowidz okazuje się gładką i równą.

Jeżeli do roztworu selenianu dodamy trochę kwasu solnego, i wrzucimy potem kawałek cynku, selenium opada w kształcie metalicznym: Jeżeli zaś w miejscu kwasu solnego dodamy kwasu siarczanego, osad trudniej następuje, nabiera szarego koloru i zamyka siarczyk selenium.

Jeżeli przez roztwór kwasu seleniowego przepuścimy gaz wodorodny siarczysty, selenium opada w kolorze pomarańczowym: osad ten staie się czerwonym przez wyschnięcie: w ogniu topi się, a przez dyfuzycją daje masę pomarańczową przezroczystą. —

Doświadczenia te są dostateczne do przekonania o prawdziwym istnieniu tego ciała szczególnego i z wielu względów interessującego. Jest zaś oczywista, że ciało to bierze swój początek z pirytów kopalni Fahlun. P. Gahn często uważał zapach selenium spalonego rozchodzący się podczas wyrabiania

kopalni miedzianej w Fahlun; lecz przypisywał go zawsze małym śladom ziemianu. Piryty Fahlunu, iakie się do wydobywania siarki używają, są obficie zmieszane z galeną i mogłoby to być bardzo, iżby selenium znajdowało się w nich w postaci seleniku ołowiu. Nie omieszkamy na miejscu samem czynić śledzeń w tym względzie.

W każdym razie, ilość selenium zawartego w tych minerałach jest bardzo mała: 500 funtów siarki spalonej w fabryce kwasu siarczanego, dały prawie tylko $\frac{1}{3}$ grana Selenium. Nie pozostaie go zaś nic przy kwasie siarczanym, ponieważ podkwas siarczany ma własność przywodzenia kwasu seleniowego do stanu metalicznego. — (*Annales de chimie et de physique. Tome VII. p. 199*)

Rozprawa o Machinie Arytmetycznej połączonej z machiną do wyciągania pierwiastków z ułomkami; przez Abrahama Stern, na posiedzeniu publicznem Towarzystwa Królewskiego Warszawskiego Przyjaciół Nauk d: 30 Kwietnia 1817. czytana.

Trzeci już raz w tém poważném miejscu posiedzeń Towarzystwa, wybor uczonych i światłych Mężów składającego, owoce mych

myśli wystawiam — Pierwszy raz w miesiącu Styczniu 1815 roku, odkryłem wynalazek maszyny do 4ch działań arytmetycznych — drugi raz w Styczniu r.b. 1817. wynalazek maszyny do wyciągania pierwiastków z ułamkami — a trzeci raz w dniu dzisiejszym 30 Kwietnia r.b. 1817 wynalazek połączenia obu tych maszyn w jedną. —

Ten to wiekopomny dzień jest rocznicą ustatwienia swietnego Towarzystwa Warszawskiego Przyjaciół nauk, i zaszczycenia go tytułem Towarzystwa Królewskiego — Poczytnię sobie to za szczególne szczęście iż, w tymże uwieńczonym dniu o mych wynalazkach, tak co do ich biegu historycznego i powodu który mnie do tychże wzbudzał, iako też co do własności rzeczonych maszyn zdać mogę sprawę. —

Uwagi które mnie początkowo do tej myśli prowadziły są następujące:

Człowiek chociaż przychodzi na świat bez żadnego sposobu zadosyć czynienia swym nieuchronnym potrzebom, przecieź będąc nad wszelkie stworzenia nieocenionym darem rozumu wywyższony, swym nieograniczonym przemysłem bezliczne do zaspokoienia cisnących go potrzeb wynayduie środki, każda

bowiem dotykająca go potrzeba, wzbudza go do szukania i wymyślenia potrzebie odpowiadających środków — Tak że Człowiek czując swą wyższość sądzi, iż cała natura na korzyść i usługi jego jest stworzona i onemuż podwładną, iak Psalmita o Człowieku z zadziwieniem mówi, „mało mnieyszym uczyniłeś go Panie! od Aniołów: chwałą i czią ukoronowałeś go, dałeś mu opanować sprawy rąk twoich, i wszystko poddał pod nogi jego, owce i woły wszystkie, nadto i zwierzęta polne, ptaństwo niebieskie, i ryby morskie, i t.d. „ — To uczucie swey nieokreśloney nad całą naturą władzy sprawia, iż cokolwiek znajdzie dla siebie w naturze używalnego, za potrzebę poczytuie, chociaż to w istocie prędzę za zbytek uważaćby należało. — Doświadczenie nas naucza, iż wiele rzeczy, które pierwotkowo iako zbytkowe tylko od małej liczby osób używanemi bywały, z czasem iednak tak się upowszechniły, że z właściwego stopnia zbytkowego na stopień pierwszych potrzeb przeszły — Z tego wszystkiego wypływa, że gdy w rodzaju ludzkim, liczba potrzeb coraz powiększa się, przez to samo przemyśl ilość środków potrzebom zaradzających równie pomnażać mu-

si — a że środki takowe zasadzają się pospolicie na działaniach fizycznych czyli pracy ciała, które częstokroć bywają uciążliwe, a nawet siłę ludzką przechodzące, więc w takim przypadku rozum jako naczelny wódz człowieka, sili się nad wynalezieniem pośredniczych środków, któreby pracę ciała zastąpiły, albo też przynajmniej ulgę w niej zrządzić mogły — Tym tedy zamiarem rozliczne narzędzia mechaniczne wynalezione zostały, aby siłę ludzką fizyczną ochraniały i wspomagały. —

Ze źródła tej przekonywającej prawdy inną równie! niezaprzeczoną wyczerpałem, że kiedy nie oszczędzano starań na przyniesienie pomocy i ulgi władzom fizycznym, staie się przynajmniej równie powinnością zatrudnić się wyszukiwaniem środków mechanicznych, któreby w działaniach umysłowych człowiekowi potrzebnych, zrządziły pomoc i od natężenia myśli uwalniały; ile że natężenie myśli, iak wiadomo, nietylko często uszkadza delikatności organów, przytępia dowcip, nadwyręża pamięć, ale też nawet i osłabienie ciała za sobą pociąga. Działaniem umysłowem człowiekowi potrzebném, a przez natężanie myśli szkodliwém

stać się mogącym, uważałem Arytmetykę czyli naukę rachunkową: w tey pierwsze 4ry rodzaje działań, to jest *dodawanie, odejmowanie mnożenie i dzielenie* są głównemi całych rachunków zasadami, tak dalece, że wszystkie inne rachunki iedynie połączenia niektórych z rzeczonych 4ch gatunkow są wypadkiem.

A chociaż wszystkie 4ry działania arytmetyczne w ogóle, nieprzerwaney przytomności myśli wymagają, i gdy ta acz na moment roztrgniona będzie, działanie rachunkowe dokładnym bydź niemoże, przecież mnożenie i dzielenie, z względu większego i ciągleyszego natężenia myśli, naytrudnieyszymi bydź okazują się, i przeto tak często omyłkom podpadają —

W tém miejscu sądzę, iż nie będzie od rzeczy, względem omyłek rachunkowych następującą uczynić uwagę —

W rachunku zwyczajnym, nie mamy i nawet mieć nie możemy proby nas przekonywającej, czyli iaka nie zaszła omyłka, albowiem proba przez rachunek wsteczny zrobiona n.p. mnożenia przez dzielenie, a dzielenia przez mnożenie, nie stanowi ieszcze dowodu dostatecznego, ponieważ to znaczy probować czyn umysłowy czynem również umysłowym

wszakże i powtórné działanie umysłowe za próbę służyć mające, równemu błędowi, iak w działaniu pierwszém rachunkowém, podpadać może, a tak omyłka w probie, zasłaniaćby mogła omyłkę w samym rachunku popełnioną, i czynić ją niewidzialną.

Te wszystkie uwagi stały się dla mnie powodem do wymyślenia maszyny rachunkowej na zasadach Mechanicznych i Arytmetycznych ugruntowanej, za pomocą której, nawet osoby tylko liczenie i liczby znające, wszystkie 4ry gatunki rachunkow, a tém samym iuż i wszelkie inne rachunki, bez najmniejszego przyłożenia do tego myśli, łatwo wykonywaćby mogły. Ze zaś osądziłem za rzecz słuszną, w tak ważnym przedmiocie nie spuszczać się na same zasady teoryi Mechanizmu, na których wynalazek mój zagruntowałem, ile że najmniejszy błąd w zasadach całą budowę wynalazku mógłby obalić, przeto dla lepszego przekonania się, wypracowałem na próbę model takowej maszyny rachunkowej działającej; a chociaż ta na próbę zrobiona maszyna, nie była roboty trwałey, i nawet należyta akuratność w robocie pierwszey grubey zachowaną być nie mogła, iednak wszystkie działania Arytmetyczne

czne dokładnie niszczała tak dalece, że rzeczywistość tego ważnego wynalazku udowodniła. —

W miesiącu Grudniu 1812. poddałem wynalazek ten pod rozwałę przezacnego Towarzystwa Królewskiego Warszawskiego, Przyjaciół Nauk. —

Swietne to Towarzystwo, uznawszy wynalazek za odpowiadający zupełnie swemu zamiarowi, na posiedzeniu swém Publiczności udzielić raczyło. —

Oświadczyłem natenczas, iż ułożyłem sobie powtórna machinę z metallu sposobem trwałym z wszelką dokładnością zrobić — a chociaż takowe przedsięwzięcie osobliwie w pierwiastkowym swym stanie, czasu i znacznego funduszu na opędzenie kosztów wymagało, co wszystko ieszcze owczesne krytyczne woienne położenie Kraiu Polskiego, którego jestem rodakiem, tém trudniejszym dla mnie czyniło, przecież nieoszczędzając z mey strony usiłowań, to moje oświadczenie skutecznym, tak dalece, że pracując aż dotąd ciągle nad tym wynalazkiem, machinę do 4ch działań Arytmetycznych fundamentalną, całkiem z metallu roboty naydoskonalszey z 13tą liczbami działanie wykonywaiącą, ukończyłem. —

W ciągu roboty teyże maszyny Arytmetyczney, nie przestając ieszcze natem, pracowałem rownież nad innym daleko trudniejszym wynalazkiem maszyny do wyciągania pierwiaſtków z ułomkami. — Sama różnica między działaniami Arytmetycznymi a wyciąganiem pierwiaſtków zachodząca okazuje iuż ſtopień trudności, albowiem w pierwszych zawsze są przynajmniey dwie liczby wiadome dane a trzecia niewiadoma szukana, w wyciąganiu zaś pierwiaſtkow, iedna ieſt tylko liczba wiadoma dana, a druga niewiadoma, która mnożona przez się, liczbie daney wyrównywa, *szukana* — Poznałem wprawdzie że zapuſciłem się w głębiznę taką, z ktorey wydobyć się rozlicznym podlegało trudnościom, tak ze ſtrony samego wykonania myſli, iakoteż z przyczyny ogromu kosztów, ktorych wypracowanie ułożonego Planu nieodzownie wymagało, lecz żadna trudność nie potrafiła oprzeć się méy zapaloney chęci ukończenia wynalazku, który z rozlicznych widoków zdaie się bydź ważnym, tak z względu właſciwego zamiaru usunięcia natężenia myſli i zapobieżenia omyłkom wcisnąć się mogącym, iako też z powodu wielu nowych zupełnie sposobów mechanicznych, w tym wy.

nalazku znajdujących się, które do mechanicznych narzędzi w innych obiektach z wielką korzyścią zastosowane być mogą. —

Chwała Opatrzności, przebyłem i tę dla mnie tak trudną i niebezpieczną drogę: maszynę do wyciągania pierwiastków z ułomkami do zamierzonego celu przyprowadziłem — Wynalazek ten, równie jak pierwszy pod roztrząśnienie świetnego Towarzystwa Królewskiego Przyjaciół Nauk poddałem, o czem Szanowna Publiczność, na przeszłym Styczniowym posiedzeniu tegoż Towarzystwa uwiadomiona została. —

Tym tedy sposobem, z tych dwóch wynalazków, uformowały się dwie maszyny oddzielne, jedna do 4ch działań Arytmetycznych a druga do wyciągania pierwiastków. —

Zacząłem myśleć daley nad sposobami, któreby te dwa wynalazki w jedney maszynie połączyć mogły — Zdawało mi się z początku w istocie, rzeczą być nie podobną — lecz na ostatek i w tym punkcie, przemysł mechaniczny wskazał mi środki do uskutecznienia tego zamiaru. — Ważność tej myśli taką nademną przemoc wzięła, iż na wszelkie nieprzyjemności z niedostatku pochodzące nieczułym będąc, moje usiłowania jeszcze

podwajałem, abym to połączenie czém przędzey mógł wykonać. —

Dzięki Naywyższej Istności, i w tym przedmiocie nie zawiodłem się, mogę to śmiało mówić, bo odwołuję się do dowodu przekonywającego, to jest do maszyny przed oczyma stoiącey, która wszystkie 4ry działania Arytmetyczne, a razem i wyciąganie pierwiastków dokładnie uiszcza —

Gdybym chciał zapuszczać się w rozbieranie i objaśnianie wszelkich zasad wewnętrzne-go Mechanizmu teyże maszyny, cel byłby uchybiony, mechanizm albowiem zamykający w sobie kółka różnego gatunku, obroty nowego rodzaju, sprężyny i dzwignie rozmaitemi sposobami z sobą połączone, obszernego opisu i wielu figur wymaga, co będzie przedmiotem późniey ułożyć się mającego dziełka z figurami rzecz jasno wyftawiającemi: w tey zaś rozprawie objaśnienia byłyby tylko nadaremne, nudzeniem Publiczności — Prześtaię teraz tylko na krotkim rysie maszyny i objaśnieniu sposobu używania oneyże w różnych działaniach Arytmetycznych, i wyciąganiu pierwiastków, tudzież zrobienia niewątpliwey próby. —

(*Dalszy ciąg w następującym Numerze:*)

*O układzie w dziele Algebry początkowéy: ciąg dalszy, z powodu uwag
JX. Dąbrowskiego. —*

W początku tego Tomu, na stron: 47. i następnych, poważyłem się wyszczególnić niektóre zarzuty przeciw układowi wydanéy w tym roku przez JX Dąbrowskiego *Algebry na Szkoły Woiewódzkie podług Lacroix.* —

Autor dzieła osądził bydź potrzebném, uczynić nad tem pismem moiem niektóre uwagi, i te ogłosił przy rozdawaném na popis Publiczny Uczniów Szkoły Woiewódzkiej Warszawskiéy XX. Piąarów, Programmacie tegoż popisu. —

Z powodu tychto uwag, oraz samego piśma moiego, widzę bydź potrzebą, *raz jeszcze jeden*, wytłumaczyć się w tymże przedmiocie: winienem bowiem sobie samemu usprawiedliwienie obwinionych niektórych moich założeń: winienem Autorowi uwag własne wyznaczenie wykazanych mi sprawiedliwie przez niego uchybień: winienem w reszcie i Jemu i sobie objaśnienie nieporozumień i sprostowanie znaczeń opacznych, jakie, z powodu zapewne *niełatwego lub dwuznacznego* mego

tłumaczenia się, do niektórych moich wyrażen przywiązał, przezco zdawało mu się nieraz znajdować tam sprzeczność, gdzie takowej w istocie nie było, i dowody przeciw zarzutom moim tam, gdzie właśnie były samych tychże zarzutów dowody. —

Zaczyna Autor uwagi swoje od ogólnego i nader ważnego zaftanowienia się nad tém: iaki jest cel każdego dzieła elementarnego? —

„ Nikt zaiste, powiada, temu nie zaprzeczy;
 „ że dzieło tego rodzaju, oprócz ogólnego celu
 „ rozwiiania i doskonalenia w dzieciach władz
 „ umysłowych, powinno ieszcze nie tylko
 „ dać poznać uczniom naukę lub umiejętność
 „ którą obeymuie, ale też usposobić ich do
 „ nauk lub umiejętności z wykładaną ściśły
 „ związek mających, albo wprost z niey wy-
 „ pływających. „ — Otoż sa trzy cele każde-
 mu elementarnemu dziełu założone: rozwiiac
 władze duszy, udzielać nowych wiadomości i
 sposobić do dalszych: cele równie ważne iak
 prawdziwe; lecz czyliż w istocie nie odnoszą
 się one wszystkie do iednego tylko? — Wszak
 celem bezsrzednim każdego dzieła naukowego,
 jest *dać poznać naukę lub umiejętność którą obey-
 muie*: nabywanie zaś nauk lub umiejętności
 wymaga użycia władz umysłu, a władze te
 przez samo ich użycie rozwiiają się i dosko-

nałą: w samém więc nabywaniu wiadomości zamyka się już tajemnica *rozwiiania i doskonalenia władz umysłowych*. Z drugiej strony, w miarę iak człowiek w nauce iakiey pewnego nabywa udoskonalenia, *usposabia się tem samem do nauk lub umiejętności z tamtą pierwszą związek mających lub z niey wpływających bezśrzednio*; władze bowiem są narzędziami, materiałami są nabyte wiadomości: przez wydoskonalenie zaś pierwszych, równie iak zapomożenie się w drugie, dalsze postępy fabryki umysłowej i prędzey i doskonalęły pójść muszą. — Jak więc samo *nabywanie* wiadomości rozwia i doskonalę władze, tak samo *nabycie* onychże usposabia, nadal: a związek i równowaga tych trzech korzyści, szczególniey we względzie ścisłych nauk, musi byđz i tak iest stateczną, że stopień nabytych wiadomości stanowi zawsze stopień rozwia i władz duszy, i stopień usposobienia do dalszych postępow. Idzie więc tylko właściwie w Instrukcyi *o porządne i gruntowne nabywanie wiadomości*: z osiągnięciem tego celu, dwa inne same z siebie i bez myślenia prawie osiągamy: *porządne* zaś i *gruntowne* w Szkołach nabywanie wiadomości, nie może byđz tylko skutkiem *porządne-go i gruntownego elementarnego wykładu*. —

Jeżeli więc dzieło elementarne ma wszystkie zamierzone sobie cele niechybnie osiągnąć, powinno być najsystematyczniejsze w układzie, a w sposobie wykładu iak naygruntowniejsze: te dwa warunki są pierwsze i iedyne: nie ustępują one żadnym względom, ani żadnym iakkolwiek pozornym powodom: równie więc nie godzi się, dla mniemanego sprośtowania drogi w uczeniu się, mieszać i przewracać naturalny nauki porządek, iak dla zbliżenia téż nauki do pojęcia uczniów, uymować iéy gruntowności i wzniosłości, przez ograniczanie do samego prawie mechanizmu, iéy ogólnych i oderwanych widoków. — Jeżeli nauka nie inaczey trafić może do umysłów uczących się, aż takowemi sposobami przekształcana i porozrywana, iawnym iest dowodem, że umysły do iéy porządnego i gruntownego przyięcia usposobionemi ieszcze nie są: a w téy nieodpowiedności stopnia obecnych usposobień względem stopnia iakiego nauka wymaga, czyliż niezdaie się przyzwoiciéy, przez poprzedniczelstopniowe wyrobienie, podnieść obięcie aż do wysokości podawaney mu nauki, iak przez niegodne teyże nauki naginanie i obcinanie, uniząć ią aż do poziomu obięcia zbyt grubych ieszcze umysłów

Wszystko przeto cokolwiek Autor uwag w celu nie odstręczenia uczących się, uczynienia wykładu mniej suchym, nauki mniej niedostępną, zachowania przyzwoitego stopniowania w dobieraniu wiadomości coraz trudniejszych do pojęcia, i t. d. przepisuie, nie znajduie samo z siebie żadnego zastosowania, skoro przyimiemy za pewnik: że nauka każda ma pewny odpowiedny sobie stopień usposobienia którego po uczących się wymaga, że chceć naukę wymagającą wyższych usposobień stosować do stopnia usposobień niższego, iest to ubliżać nauce i uczącym się przynosić tylko trudność bez korzyści; jeżeli zaś unysły posiadają taki już stopień wyrobienia jakiego nauka wymaga, wtenczas wszystkie przepisywane przez Autora ostrożności niepotrzebnemi się stają: bo wtenczas nauka nie będzie dla nich ani *suchą* ani *odstręczającą* ani *niedostępną*: wszystko w nię będzie łatwém skoro wszystko będzie na swoim miejscu: wszystko zajmującym, skoro będzie iako należy wyłożoném i nieoddzieloném od głównego celu — Coż więc w tym razie znaczyć będą owe rzeczy iedne *trudniéjsze* i *suchsze* nad drugie, podług których stopniowaney trudności i suchości autor chce rozporządzać układ dzieła elemen

tarnego — Są wprawdzie zagadnienia i działania iedne *zawilsze* nad drugie: lecz czyliż dla tego iedne mają być od drugich trudniejsze? Trudność ta przynajmniey nie może być tylko względną: a możnaż stopnie trudności tak dowolne i stosunkowe, brać za skazówkę pewnego układu dzieła elementarnego. Twierdzenie nayzawilsze, umieszczone w ciągu właściwym, będzie równie łatwym dla umysłu który iuż przebiegł całą przestzeń poprzedzającego rozumowania, iak był łatwym pierwszy nayprostszy pewnik dla umysłu poczynającego. Jeżeli iedneyże teoryi wszystkie części wiążą się z sobą, będzież iey część ostatnia trudniejszą od pierwszey? będzież więc przeciwnem porządnemu rozwiianiu władz umysłowych umieścić całą tę teorią naiednemże miejscu: owszem czy będzie to zgodne z owem porządnem rozwiianiem, rozdzielać ją na kilka części, i te w różnych przestankach umieszczać.

Powtóre, w wykładzie będącym prawie ciągiem iednego rozumowania, iakaż iego część może być *suchą*, iezeli iest tylko wyłożoną iak należy i gdzie należy umieszczoną? W naukach takich iak są matematyczne, nadany raz popęd ciekawości i żądry dochodzenia prawd nowych, iuż więcej nieustaje: owszem

dreńczącym, że tak powiem, sposobem ogarnia i spocząć nie daie umysłowi; nic wtenczas nie może być *suchém*, cokolwiek do przedmiotu należy, nic martwém i *odstręczajícím*, cokolwiek duch rozumowania ożywia, ku czemu sam popęd myśli unosi. Idzie tylko o nadanie tego popędu z strony uczących, idzie o przyięcie go z strony uczniów: lecz iacyż to uczniowie u nas przyjmować go mają?

Oto dziecię ośmio lub dziewięcioletnie, za ledwo może cztery pierwsze działania arytmetyczne na liczbach wykonywać umiejące, obarczone ieszcze mgłą całą samych zmysłowych wyobrażeń, ma sobie podany w ręce traktat Algebry, z którego dziecinne ieszcze usta iego mają przemawiać ięzykiem zawsze głębokiego rozumowania a nieraz nayoderwańszy logiki. I gdzież takie umysły znajdą moc potrzebną, gdzie zapal i zamiętowanie tyle wyższy nad ich poięcie nauki? Zapewne, aby dla takich uczniów Algebrę iakkolwiek *nieodstręczającą* i *dostępną* uczynić, potrzeba ją, że tak powiem całą przerobić na przykłady, rozwodzić ją w nayprostszycy teoriach, skracać i obcinać w nayzawilszycy (bo te będą *naysuchszemi*) i wszędzie, ile można, ducha iey oderwaności w mechaniczną postać przybierać. — Lecz w tenczas, będzież to owa nauka mająca rozwiać

i doskonalić władze umysłowe, mająca przemieścić umysł na rozleglejszą przestrzeń wyobrażeń oderwanych, a ciągłym i surowym prawd niezaprzeczonych wywodem, wprowadzić w nałóg porządku wszystkie jego działania i dociekania jego wszystkie piętnem ścisłości nacechować? Nje będzie to raczćy prosty zbiór prawideł i przykładów działań mechanicznych, w których uczący się może w prawdzie przez ćwiczenie nabydź niepospolitey biegłości, lecz których ani przyczynysam oznaczyć, ani wypadków okiem daleko widzącćm czytać nie będzie umiał, i które zrobią go tylko machiną działającą a nie rozumującą iestestwem.

Jeżeli Algebra ma rozwiać i doskonalić władze umysłowe, nauka ta aby ten skutek działać mogła, wymaga po tychże władzach pewnego już poprzedniczego rozwinięcia — Sposób uważania rzeczy w Algebrze iest ogólny i oderwany: zaś w naturalnym sposobie tworzenia się naszych wyobrażeń, nie przychodziemy do wyobrażeń oderwanych, tylko przez szczególne, do umysłowych tylko przez zmysłowe wyobrażenia. — *Wielkość* iest ogólnie przedmiotem nauk matematycznych: lecz albo uważamy wielkość szczególney wartości i szczególney natury, i takie wyobrażenia wielkości iest naymniey oderwane, albo

oddzielamy wyobrażenie szczególnej natury, i tylko uważamy w wielkości iéy szczególną wartość, a takie wyobrażenie jest już więcéy oderwaném; albo nakoniec usuwając wyobrażenie i natury i wartości szczególnej, uważamy wielkość ogólną co do wartości i natury swojej, a takie wyobrażenie jest naybardziéy oderwaném i pod takimto względem Algebra wielkości uważa. Oczywista więc jest, że aby wznieść się do tak oderwanego sposobu uważania, potrzeba wprzód przechodzić przez sposoby uważania mniej oderwane: zatem że Arytmetyka, która wielkość pod pierwszym i drugim z trzech powyższych względów uważa, w całkowitym swoim wykładzie Algebrę poprzedzić powinna. — Niewspominam o Geometrii elementarnej, która będąc równie iedną z nauk matematycznych mniej ogólną od Algebry, bo tylko do pewnego rodzaju wielkości rozumowanie swoje rozciągającą, mogłaby z korzyścią w porządku rozwiiania władz umysłowych znajdować miejsce przed Algebrą, gdyby *szkodliwy* u nas (że z niejednym powtórzę) zwyczaj wykładania wielu połań Geometrii początkowej przez Algebrę, niesta-
wał temu na przeszkodzie. —

Wnioski z tych wszystkich uwag są takie: że *Algebra w żaden sposób nie może być u-*

ważaną za naukę dla dzieci: że przeto w naszych szkołach Algebra powinna być nauką klas wyższych; że poprzedzić ją powinien całkowity wykład Arytmetyki, i jeżeli można choć w części, Geometrii elementarnej: wtenczas uczeń dostatecznie usposobiony przychodzić będzie do Algebry, w tenczas nauka ta, tak jak jest w sobie, tak wykładaną mu być będzie mogła, wtenczas nie potrzeba już będzie wyszukiwać żadnych środków dla uczynienia jej nieodstręczającą i bardziej dostępną.

Rozciągnąłem się nad tym przedmiotem iako ze wszech miar ważnym: chciałem usprawiedliwić pierwszy mój zarzut przeciw układowi Algebry na szkoły Wojewódzkie: cała rzecz odnosi się do tego, że Autor dzieła, chcąc Algebrę uczynić nieodstręczającą i dostępną dla dzieci, musiał ją oddalić i od właściwego jej porządku i od właściwej postaci, ja zaś uważając tę naukę, mniéj za naukę dla dzieci, jak dla mocniejszych już i bardziej usposobionych umysłów, nie widzę potrzeby takowego oddalania się, owszém dla osiągnięcia wszystkich celów Instrukcyi, widzę potrzebę, aby nauka ta w całej ogólności i czystości swego ducha, w całej ścisłości swego układu, uczącym się przedstawiana była. Przędźmy już do drugiego zarzutu.

(Dalszy ciąg w następującym Numerze.)

D Z I E Ł A N O W E.

a) POLSKIE.

Początki Botaniki; przez X. Stanisława Jundziłła, wydanie drugie w Wilnie zł: 6.

b) ANGIELSKIE

A short Introduction to the study of Geology; by Joseph Sutcliffe. 8° 1s. 6d.

A Syllabus of Lectures in Mineralogy; by Edward Daniel Clarke. fol. 1l. 1s.

Report of a Committee of the Linnean Society of New England, relative to a large marine serpent, seen near Cape Ann. 8° 2s.

c) FRANCUZKIE

Traité d' Arithmétique; par Léocade-Delpierre. 18° Paris.

Tables pour trouver la latitude dans l'hémisphère du nord par une observation de l'étoile polaire; in-plano d' une feuille. Paris.

d) NIEMIECKIE.

Rechenbuch für Stadt— und Landschulen; von Christ. Werner, Frankfurt a. M. 8° 10. gr:

Die Algebra in katechetischer Gedankenfolge dargestellt; von A.O. Meyer und Dickmann. 8° 1 Rthlr 16 gr. —

Tafeln zur bequemern Berechnung des Logarithmen, der Summe oder Differenz zweyer Gröſſen, welche ſelbſt nur durch ihre Logarithmen gegeben ſind. 2 Rthlr. 4. gr.



SPIS TREŚCI

Wstęp 5
I. P. Białecki do P. Białeckiego 7
II. P. Białecki do P. Białeckiego 10
III. P. Białecki do P. Białeckiego 15
IV. P. Białecki do P. Białeckiego 20
V. P. Białecki do P. Białeckiego 25
VI. P. Białecki do P. Białeckiego 30
VII. P. Białecki do P. Białeckiego 35
VIII. P. Białecki do P. Białeckiego 40
IX. P. Białecki do P. Białeckiego 45
X. P. Białecki do P. Białeckiego 50
XI. P. Białecki do P. Białeckiego 55
XII. P. Białecki do P. Białeckiego 60
XIII. P. Białecki do P. Białeckiego 65
XIV. P. Białecki do P. Białeckiego 70
XV. P. Białecki do P. Białeckiego 75
XVI. P. Białecki do P. Białeckiego 80
XVII. P. Białecki do P. Białeckiego 85
XVIII. P. Białecki do P. Białeckiego 90
XIX. P. Białecki do P. Białeckiego 95
XX. P. Białecki do P. Białeckiego 100

— 0000 —

SPIS RZECZY.

| | |
|---|------|
| <i>Zastosowanie Teorii wymiarów str.</i> | 61. |
| <i>List P. Berzelius do P. Berthollet o dwóch nowych metallach - -</i> | 78. |
| <i>Rozprawa o Machinie Arytmety- czney połączoney z Machiną do wyciągania pierwiastków z ułom- kami, przez Abrahama Stern -</i> | 87. |
| <i>O układzie w dziele Algebry po- czątkowey; ciąg dalszy z powo- du uwag JX. Dąbrowskiego -</i> | 97. |
| <i>Dzieła nowe</i> | 107. |
