

EWA DZIAWGO

*Rodzaje opcji potęgowych i ich ryzyko delty*

Types of power options and their delta risk

**Abstrakt:** W artykule przedstawiono rodzaje opcji potęgowych i ich funkcje wypłaty, wpływ wybranych czynników na kształtowanie się ceny i wartości współczynnika delta opcji potęgowych. Na podstawie symulacji wyceny opcji potęgowych wystawionych na EUR/PLN zbadano wpływ bieżącej ceny instrumentu bazowego oraz wykładnika potęgi na kształtowanie się ceny i wartości współczynnika delta rozpatrywanych opcji potęgowych.

WSTĘP

Introduction

Niesymetryczność praw i obowiązków nałożonych na strony transakcji powoduje, że opcje są szczególnym instrumentem zarządzania ryzykiem. Nabywca opcji ma prawo realizacji umowy. Chcąc zabezpieczyć się przed niekorzystną zmianą ceny instrumentu bazowego nabywca płaci wystawcy opcji premię. Maksymalna strata, którą może ponieść nabywca opcji jest ograniczona do wysokości zapłaconej premii. Wystawca opcji ma obowiązek realizacji umowy. Maksymalny zysk otrzymany z wystawienia opcji ograniczony jest do wysokości otrzymanej premii. Jeśli nie sprawdzą się oczekiwania wystawcy opcji związane z kształtowaniem się ceny instrumentu bazowego w przyszłości, to z wystawienia opcji można ponieść potencjalnie nieograniczoną stratę<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Tarczyński W., *Instrumenty pochodne na rynku kapitałowym*, PWE, Warszawa 2003; Hull J.C., *Options, Futures and other Derivatives*, Prentice Hall International, Inc. 2002.

Istotnym czynnikiem wpływającym na wartość opcji jest cena instrumentu bazowego, na który opcja jest wystawiona. Zmiana procentowa ceny instrumentu bazowego powoduje znacznie większą procentową zmianę ceny opcji. Stąd efekt dźwigni finansowej zwiększa atrakcyjność opcji. Jednakże z transakcjami opcyjnymi związane jest również ryzyko, które pojawia się jeśli występuje niekorzystna zmiana ceny instrumentu bazowego.

Wśród miar wrażliwości ryzyka współczynnik delta zajmuje szczególne miejsce w analizie kontraktów opcyjnych. Współczynnik ten określa wpływ zmiany ceny instrumentu bazowego na cenę opcji<sup>2</sup>.

## 1. RODZAJE OPCJI POTĘGOWYCH

### Types of power options

Opcje potęgowe należą do klasy nieliniowych opcji egzotycznych, z których wypłata jest nieliniową funkcją ceny instrumentu bazowego<sup>3</sup>.

Z uwagi na konstrukcję funkcji wypłaty wyróżnia się dwa rodzaje opcji potęgowych:

- opcje symetryczne, których funkcja wypłaty jest:
  - w przypadku opcji kupna: niezerową potęgą różnicy między ceną instrumentu bazowego a ceną wykonania:

$$W_{c_1} = \max[(S_t - K)^p; 0], \quad (1)$$

gdzie: - funkcja wypłaty symetrycznej opcji kupna, - cena instrumentu bazowego w chwili, - cena wykonania opcji, - wykładnik potęgi, - czas wygaśnięcia opcji,

- w przypadku opcji sprzedaży: niezerową potęgą różnicy między ceną wykonania a ceną instrumentu bazowego:

$$W_{p_1} = \max[(K - S_t)^p; 0], \quad (2)$$

gdzie: - funkcja wypłaty symetrycznej opcji sprzedaży, pozostałe oznaczenia są takie same jak we wzorze (1),

- opcje asymetryczne, których funkcja wypłaty jest:
  - dla opcji kupna: różnicą między niezerową potęgą ceny instrumentu bazowego a ceną wykonania:

<sup>2</sup> Dziawgo E., *Modele kontraktów opcyjnych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu, Toruń 2003.

<sup>3</sup> Kuźmierkiewicz M., *Ogólna charakterystyka opcji egzotycznych*, „Bank i Kredyt” 1999, nr 4; Dziawgo E., *Wycena potęgowej asymetrycznej opcji kupna*, „Acta Universitatis Nicolai Copernici” Ekonomia XL, Wydawnictwo Mikołaja Kopernika w Toruniu, Toruń 2009; Zhang P. G., *Exotic options. A Guide to Second Generation Options*, World Scientific, Singapore 2001.

$$W_{c_2} = \max[S_t^p - K; 0], \quad (3)$$

gdzie: - funkcja wypłaty asymetrycznej opcji kupna, pozostałe oznaczenia są takie same jak we wzorze (1).

- dla opcji sprzedaży: różnicą między ceną wykonania a niezerową potęgą ceny instrumentu bazowego:

$$W_{p_2} = \max[K - S_t^p; 0], \quad (4)$$

gdzie: - funkcja wypłaty asymetrycznej opcji sprzedaży, pozostałe oznaczenia są takie same jak we wzorze (1).

## 2. KSZTAŁTOWANIE SIĘ CENY I WARTOŚCI WSPÓŁCZYNNIKA DELTA OPCJI POTĘGOWYCH ASYMETRYCZNYCH – ANALIZA EMPIRYCZNA

Formation the price and the value of the delta coefficient  
for asymmetric power option - empirical analysis

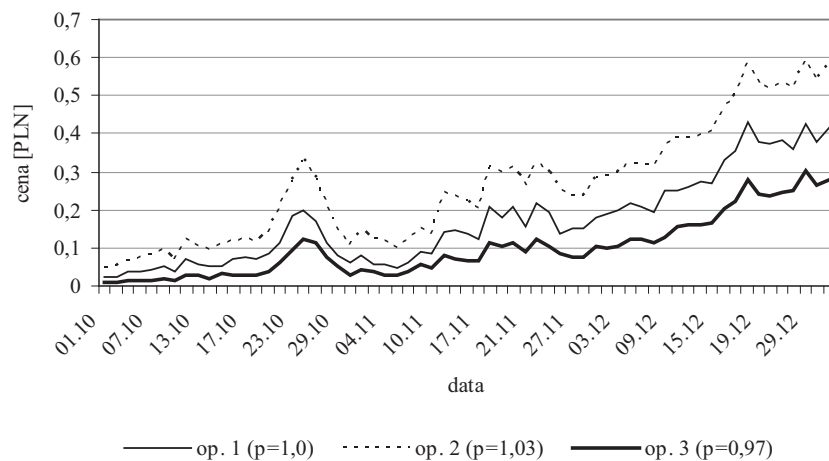
Analiza empiryczna dotyczy kształtowania się cen oraz wartości współczynnika delta potęgowych asymetrycznych opcji kupna różniących się wykładnikiem potęgi. Termin wygaśnięcia rozpatrywanych opcji wynosi 6 miesięcy. Opcje wystawione są na EUR/PLN. Symulacja wyceny dotyczy okresu: 01.10.2008–31.12.2008. Cena wykonania opcji wynosi 3,8 zł. W okresie 23.10–27.10.2008, 18.11–20.11.2008, 24.11–25.11.2008 oraz 01.12–31.12.2008 rozpatrywane opcje były *w-cenie*<sup>4</sup>. W pozostałym analizowanym okresie opcje były *nie-w-cenie*. Na wykresie 1 przedstawiono kształtowanie się cen trzech potęgowych opcji kupna, których wykładnik potęgi jest liczbą dodatnią. Pierwsza z rozpatrywanych opcji charakteryzuje się wykładnikiem potęgi równym 1. Jest to zwykła opcja kupna. Wartość wykładnika potęgi drugiej z rozpatrywanych opcji potęgowych wynosi 1,03. Natomiast wykładnik potęgi trzeciej opcji ma wartość 0,97. Kształtowanie się wartości współczynnika delta rozpatrywanych opcji przedstawiono na wykresie 2.

Z analizy kształtowania się cen wynika, że w przypadku potęgowych asymetrycznych opcji kupna z dodatnim wykładnikiem potęgi:

- wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek ceny potęgowej opcji kupna,
- wzrost wartości wykładnika potęgi wpływa na wzrost ceny opcji potęgowej,
- w przypadku, kiedy wykładnik potęgi jest mniejszy od 1, opcja potęgowa jest tańsza od zwykłej opcji kupna,

<sup>4</sup> Opcja kupna/sprzedaży jest *w-cenie* jeśli bieżąca cena instrumentu bazowego jest większa/mniejsza od ceny wykonania opcji. Jeśli bieżąca cena instrumentu bazowego jest mniejsza/większa od ceny wykonania opcji, to opcja kupna/sprzedaży jest *nie-w-cenie*. Z kolei, jeśli bieżąca cena instrumentu bazowego jest równa cenie wykonania to opcja kupna/sprzedaży jest *po-cenie*.

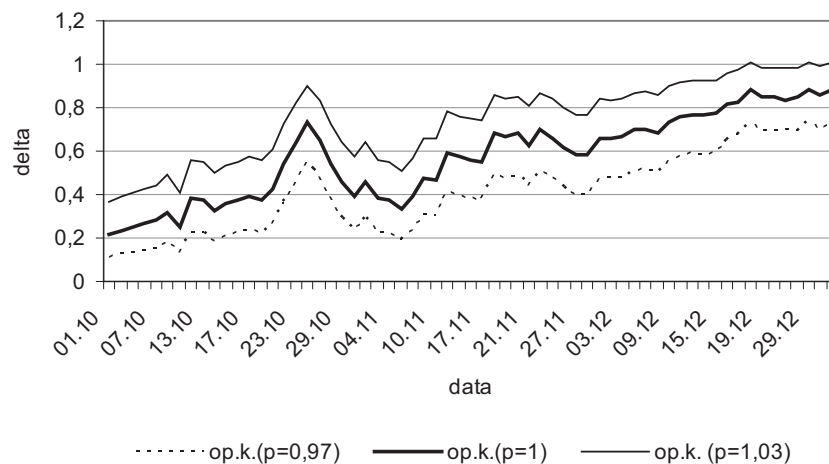
- opcja potęgowa, której wykładnik potęgi jest większy od 1 jest znacznie droższa od zwykłej opcji kupna,



Wyk. 1. Kształtowanie się cen potęgowych asymetrycznych opcji kupna z dodatnim wykładnikiem potęgi

Price performance of asymmetric call option with positive power parameter

Źródło: Opracowanie własne.



Wyk. 2. Kształtowanie się wartości współczynnika delta potęgowych asymetrycznych opcji kupna z dodatnim wykładnikiem potęgi

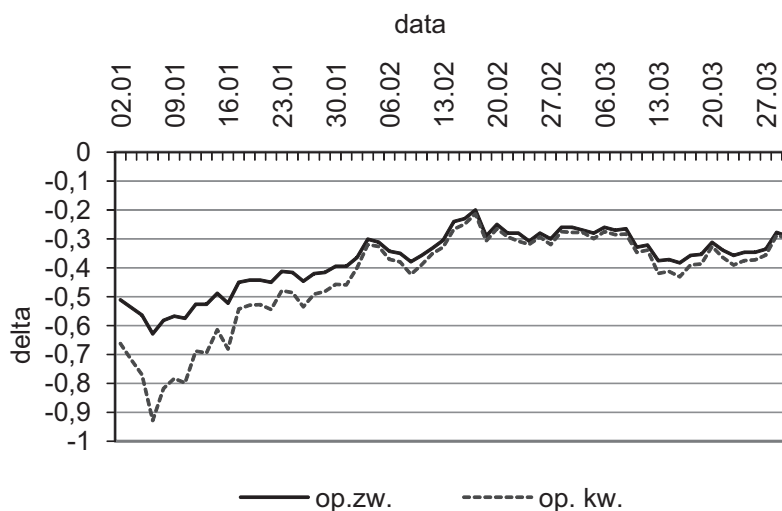
The performance of the value of the delta coefficient for the asymmetric call option with positive power parameter

Źródło: Opracowanie własne.

Z analizy kształtowania się wartości współczynnika delta rozpatrywanych asymetrycznych potęgowych opcji kupna z dodatnim wykładnikiem potęgi wynika, że:

- wzrost wykładnika potęgi wpływa na wzrost wartości współczynnika delta, co oznacza, że cena opcji z większym wykładnikiem potęgi gwałtowniej reaguje na zmianę ceny instrumentu bazowego,
- wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego przyczynia się do wzrostu/spadku wartości współczynnika delta,
- współczynnik delta opcji kupna *w-cenie* z wykładnikiem potęgi  $p > 1$  może przyjmować wartości większe od 1.

Na wykresie 3 przedstawiono kształtowanie się ceny dwóch potęgowych asymetrycznych opcji kupna o ujemnym wykładniku potęgi. Wykładnik potęgi jednej z opcji wynosi  $-1,03$ . Druga z rozpatrywanych opcji charakteryzuje się wykładnikiem potęgi równym  $-1$ . Kształtowanie się wartości współczynnika delta rozpatrywanych opcji kupna przedstawiono na wykresie 4.



Wyk. 3. Kształtowanie się ceny potęgowej asymetrycznej opcji kupna z ujemnym wykładnikiem potęgi

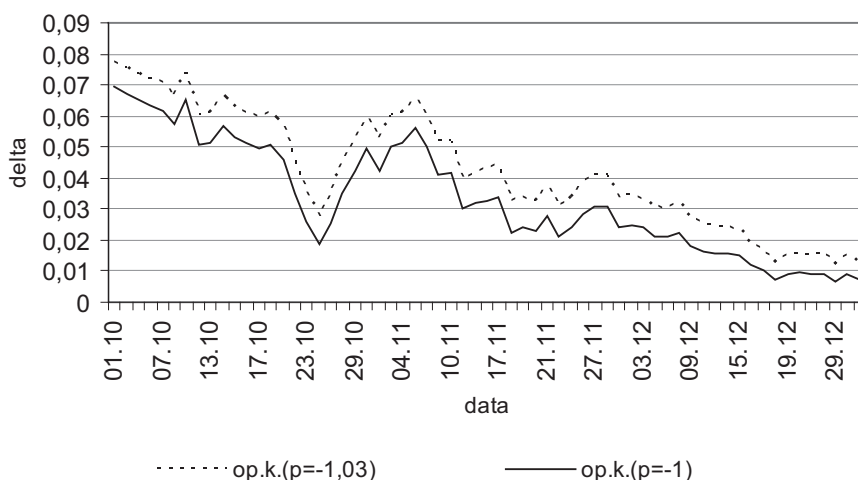
Price performance of asymmetric call option with negative power parameter

Źródło: Opracowanie własne.

W przypadku potęgowej asymetrycznej opcji kupna z ujemnym wykładnikiem potęgi:

- wzrost/spadek bieżącej ceny instrumentu bazowego wpływa na spadek/wzrost ceny opcji,
- spadek wartości wykładnika potęgi wpływa na wzrost ceny opcji,

- spadek wykładnika potęgi wpływa na wzrost wartości współczynnika delta, a więc cena opcji z mniejszym wykładnikiem potęgi jest bardziej wrażliwa na zmianę ceny instrumentu bazowego,
- wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na spadek/wzrost wartości współczynnika delta,



Wyk. 4. Kształtowanie się wartości współczynnika delta potęgowych asymetrycznych opcji kupna z ujemnym wykładnikiem potęgi

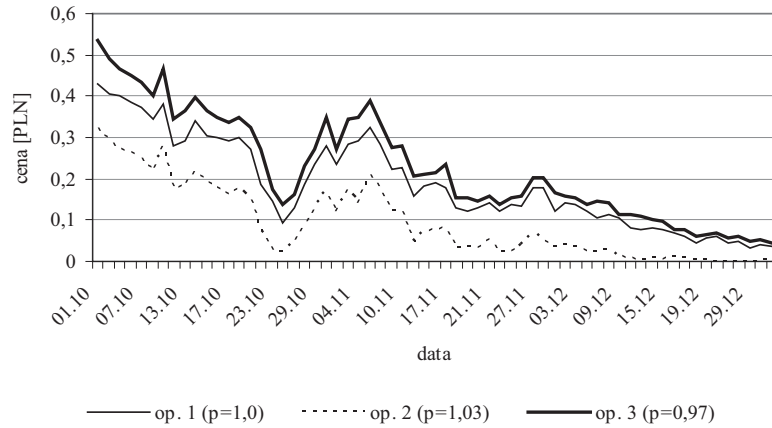
The performance of the value of the delta coefficient for the asymmetric call option with negative power parameter

Źródło: Opracowanie własne.

Kolejna analiza empiryczna dotyczy kształtowania się cen i wartości współczynnika delta potęgowych asymetrycznych opcji sprzedaży. Opcje różnią się wykładnikiem potęgi. Termin wygaśnięcia rozpatrywanych opcji wynosi 6 miesięcy. Opcje wystawione są na EUR/PLN. Symulacja wyceny dotyczy okresu: 01.10.2008–31.12.2008. Cena wykonania opcji wynosi 3,8 zł. W okresie 23.10–27.10.2008, 18.11–20.11.2008, 24.11–25.11.2008 oraz 01.12–31.12.2008 analizowane opcje były *nie-w-cenie*. W pozostałym rozpatrywanym okresie opcje były *w-cenie*.

Na wykresie 5 przedstawiono kształtowanie się cen trzech potęgowych asymetrycznych opcji sprzedaży, których wykładnik potęgi jest liczbą dodatnią. Pierwsza z rozpatrywanych opcji charakteryzuje się wykładnikiem potęgi równym 1. Jest to zwykła opcja sprzedaży. Wartość wykładnika potęgi drugiej z rozpatrywanych opcji potęgowych wynosi 1,03. Natomiast wykładnik potęgi trzeciej opcji ma wartość 0,97.

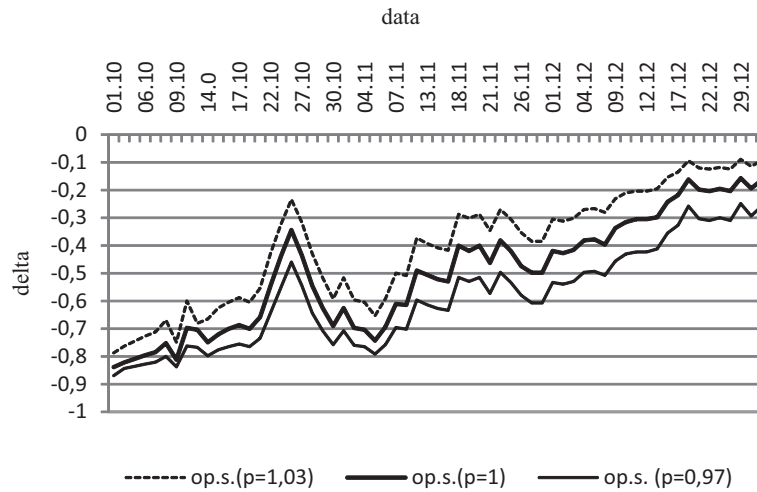
Wykres 6 jest ilustracją kształtowania się wartości współczynnika delta analizowanych asymetrycznych potęgowych opcji sprzedaży.



Wyk. 5. Kształtowanie się cen potęgowych asymetrycznych opcji sprzedaży z dodatnim wykładnikiem potęgi

The price performance of asymmetric put option with positive power parameter

Źródło: Opracowanie własne.



Wyk. 6. Kształtowanie się wartości współczynnika delta potęgowych asymetrycznych opcji sprzedaży z dodatnim wykładnikiem potęgi

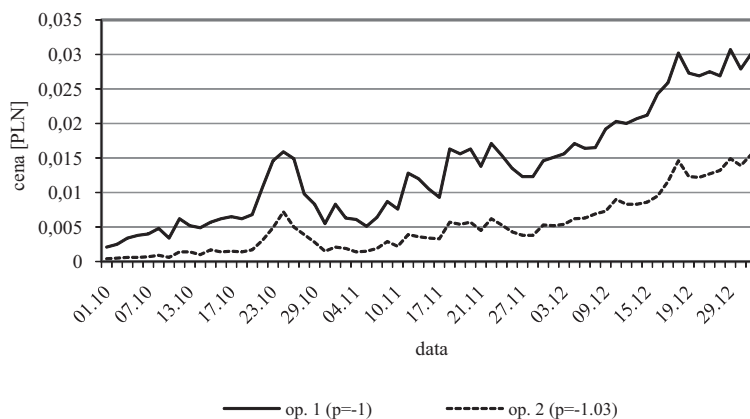
The performance of the value of the delta coefficient for the asymmetric put option with positive power parameter

Źródło: Opracowanie własne.

W przypadku potęgowych asymetrycznych opcji sprzedaży z dodatnim wykładnikiem potęgi:

- wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na spadek/wzrost ceny opcji potęgowej,
- wzrost wartości wykładnika potęgi wpływa na spadek ceny potęgowej opcji sprzedaży,
- w przypadku, kiedy wykładnik potęgi jest mniejszy od 1 opcja potęgowa jest droższa od zwykłej opcji sprzedaży,
- opcja potęgowa, której wykładnik potęgi jest większy od 1 jest znacznie tańsza od zwykłej opcji sprzedaży,
- wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek wartości współczynnika delta,
- wzrost wykładnika potęgi wpływa na wzrost wartości współczynnika delta, co świadczy o mniejszej wrażliwości na zmianę ceny instrumentu bazowego tych opcji potęgowych, które charakteryzują się większą wartością wykładnika potęgi,
- współczynnik delta opcji sprzedaży *w-cenie* z wykładnikiem potęgi  $p < 1$  może przyjmować wartości mniejsze od -1.

Na wykresie 7 przedstawiono kształtowanie się ceny dwóch potęgowych opcji sprzedaży charakteryzujących się ujemnym wykładnikiem potęgi. Wykładnik potęgi jednej z opcji wynosi  $-1$ . Natomiast druga z rozpatrywanych opcji charakteryzuje się wykładnikiem potęgi równym  $-1,03$ . Z kolei na wykresie 8 przedstawiono kształtowanie się wartości współczynnika delta rozpatrywanych asymetrycznych opcji sprzedaży z ujemnym wykładnikiem potęgi.

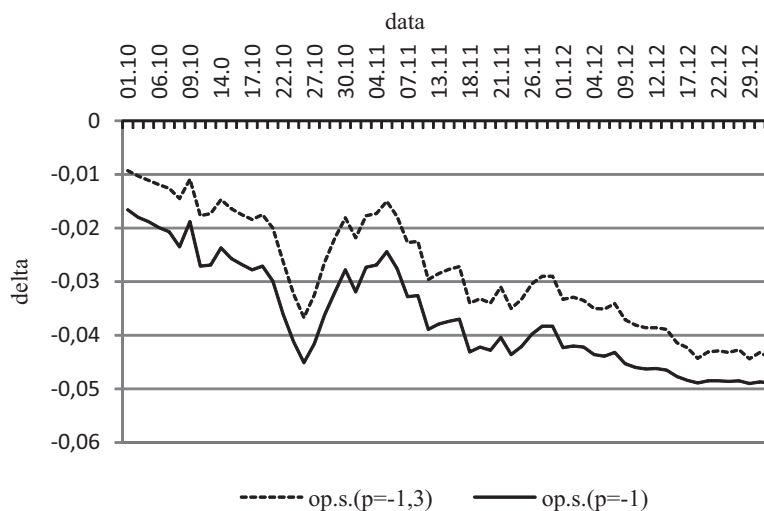


Wyk. 7. Kształtowanie się ceny potęgowej asymetrycznej opcji sprzedaży z ujemnym wykładnikiem potęgi.

Price performance of asymmetric put option with negative power parameter.

Źródło: Opracowanie własne.





Wyk. 8. Kształtowanie się wartości współczynnika delta potęgowej asymetrycznej opcji sprzedaży z ujemnym wykładnikiem potęgi

The performance of the value of the delta coefficient for the asymmetric put option with negative power parameter

Źródło: Opracowanie własne.

W przypadku potęgowej asymetrycznej opcji sprzedaży z ujemnym wykładnikiem potęgi:

- wzrost/spadek bieżącej ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek ceny potęgowej opcji sprzedaży,
- wzrost wartości wykładnika potęgi powoduje wzrost ceny potęgowej opcji sprzedaży,
- wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na spadek/wzrost wartości współczynnika delta,
- wzrost wartości wykładnika potęgi wpływa na spadek wartości współczynnika delta – dlatego cena opcji sprzedaży z większym wykładnikiem potęgi jest bardziej wrażliwa na zmianę ceny instrumentu bazowego.

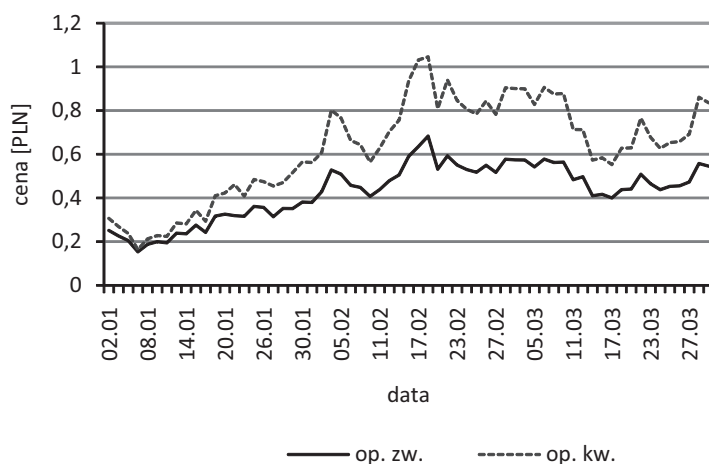
### 3. KSZTAŁTOWANIE SIĘ CENY I WARTOŚCI WSPÓŁCZYNNIKA DELTA SYMETRYCZNYCH OPCJI POTĘGOWYCH – ANALIZA EMPIRYCZNA

Formation the price and the value of the delta coefficient  
for symmetric power option - empirical analysis

Przedstawiona w tym rozdziale analiza empiryczna dotyczy kształtowania się cen i wartości współczynnika delta potęgowych symetrycznych opcji kupna i sprzedaży różniących się wykładnikiem potęgi. Analiza przeprowadzona jest dla zwykłej i kwa-

dratowej opcji kupna i sprzedaży.<sup>5</sup> Termin wygaśnięcia opcji wynosi 1 rok. Opcje wystawione są na EUR/PLN. Symulacja wyceny dotyczy okresu 02.01.2009–31.03.2009. Cena wykonania opcji wynosi 4.4 zł. W okresie 02.01–02.02.2009 rozpatrywane opcje kupna/sprzedaży były *nie-w-cenie/w-cenie*. Natomiast w okresie 03.02–31.03.2009 opcje kupna/sprzedaży były *w-cenie/nie-w-cenie*.

Na wykresie 9 przedstawiono kształtowanie się cen rozpatrywanych opcji kupna. Ilustracją kształtowania się wartości współczynnika delta rozpatrywanych opcji kupna jest wykres 10.



Wyk. 9. Kształtowanie się ceny zwykłej i kwadratowej opcji kupna  
Price performance of standard and square call option

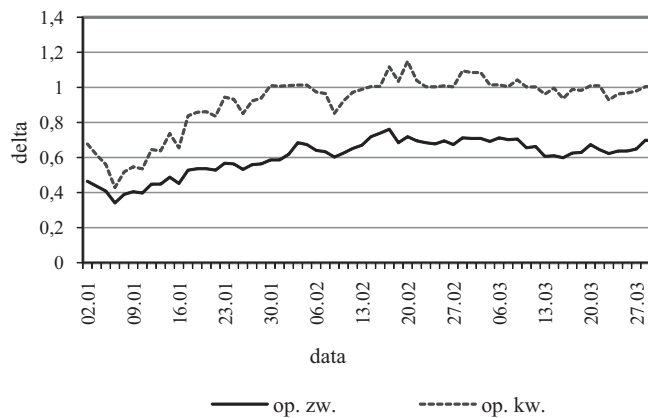
Źródło: Opracowanie własne.

Analizowane potęgowe symetryczne opcje kupna charakteryzują się następującymi własnościami:

- wzrost/spadek bieżącej ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek ceny zwykłej opcji kupna oraz na znaczny wzrost/spadek ceny symetrycznej opcji kwadratowej,
- wzrost wartości wykładnika potęgi wpływa na wzrost ceny potęgowej symetrycznej opcji kupna,
- opcja zwykła jest znacznie tańsza od opcji kwadratowej,
- wzrost/spadek bieżącej ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek wartości współczynnika delta,
- w porównaniu ze zwykłą opcją kupna: wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego powoduje znaczniejszy wzrost/spadek wartości współczynnika delta opcji kwadratowej,

<sup>5</sup> Wykładnik potęgi kwadratowej opcji symetrycznej wynosi 2. W przypadku zwykłej opcji wykładnik potęgi równy jest 1.

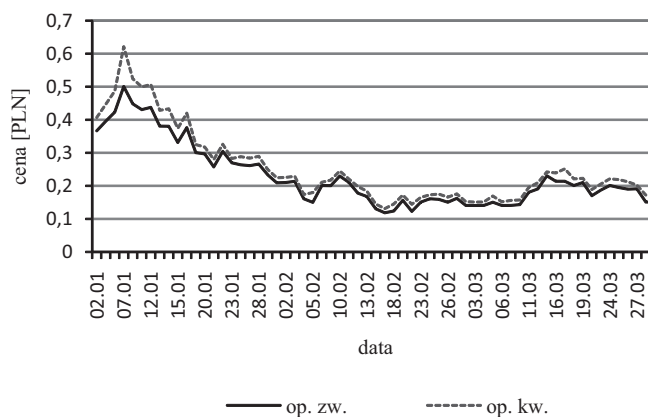
- w sytuacji znacznego wzrostu ceny instrumentu bazowego wartość współczynnika delta kwadratowej symetrycznej opcji kupna może być większa od 1.



Wyk. 10. Kształtowanie się wartości współczynnika delta zwykłej i kwadratowej opcji kupna  
The performance of the value of the delta coefficient for the standard and square call option

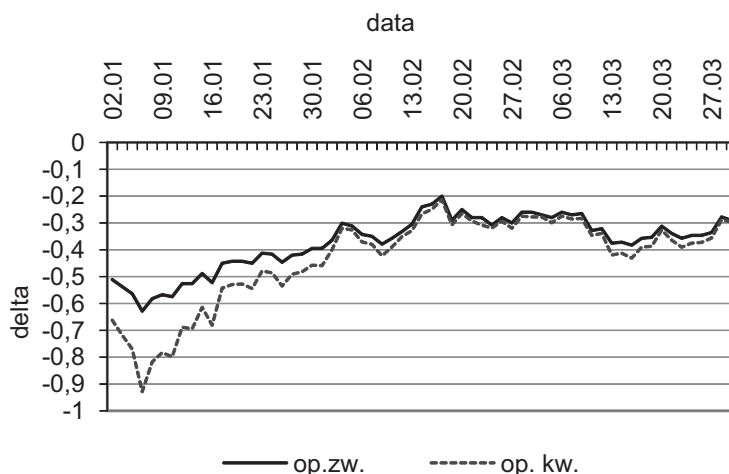
Źródło: Opracowanie własne.

Na wykresie 11 przedstawiono kształtowanie się cen opcji zwykłej oraz kwadratowej opcji sprzedaży. Ilustracją kształtowania się wartości współczynnika delta rozpatrywanych opcji sprzedaży jest wykres 12.



Wyk. 11. Kształtowanie się ceny zwykłej i kwadratowej opcji sprzedaży  
Price performance of standard and square put option

Źródło: Opracowanie własne.



Wyk. 12. Kształtowanie się wartości współczynnika delta zwykłej i kwadratowej opcji sprzedaży

The performance of the value of the delta coefficient for the standard and square put option

Źródło: Opracowanie własne.

Z przeprowadzonej analizy wynika, że potęgowe symetryczne opcje sprzedaży charakteryzują się następującymi własnościami:

- spadek bieżącej ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost ceny zwykłej opcji sprzedaży oraz na znaczny wzrost ceny opcji kwadratowej,
- wzrost wartości wykładnika potęgi wpływa na wzrost ceny potęgowej opcji symetrycznej,
- opcja zwykła jest tańsza od opcji kwadratowej,
- wzrost/spadek bieżącej ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek wartości współczynnika delta rozpatrywanych opcji sprzedaży,
- dla każdego typu opcji: *w-cenie*, *po-cenie* oraz *poza-ceną* mniejszą wartość współczynnika delta mają symetryczne opcje kwadratowe. Oznacza to, że wzrost wartości wykładnika potęgowych opcji symetrycznych przyczynia się do większej wrażliwości ceny tych opcji na zmianę ceny instrumentu bazowego,
- w porównaniu ze zwykłą opcją sprzedaży, spadek ceny instrumentu bazowego powoduje znaczny spadek wartości współczynnika delta opcji kwadratowej,
- w sytuacji znacznego spadku ceny instrumentu bazowego wartość współczynnika delta kwadratowej symetrycznej opcji sprzedaży może być mniejsza od -1.

## PODSUMOWANIE

## Summary

Wykładnik potęgi w istotny sposób wpływa zarówno na cenę jak i na wartość współczynnika delta opcji potęgowych. Przyczynia się do większej wrażliwości ceny opcji potęgowych na zmianę ceny instrumentu bazowego. Dla zwykłych opcji kupna współczynnik delta przyjmuje wartości z przedziału  $[0;1]$ . Natomiast wartości współczynnika delta zwykłych opcji sprzedaży zawarte są w przedziale  $[-1;0]$ . W przypadku opcji potęgowych współczynnik delta może przyjmować wartości większe od 1 (opcje kupna) lub mniejsze od -1 (opcje sprzedaży). Dlatego inwestycja w opcje potęgowe z odpowiednim wykładnikiem potęgi może zapewnić wyższą dźwignię finansową. Opcje potęgowe, a w szczególności opcje symetryczne są więc instrumentem, który może być stosowany w transakcjach spekulacyjnych.

Asymetryczne opcje potęgowe można również stosować w transakcjach zabezpieczających przed niekorzystnymi zmianami cen instrumentu bazowego. W zależności od przewidywanej zmienności ceny instrumentu bazowego mogą zapewnić odpowiedni poziom zabezpieczenia a przez wybór odpowiedniej wartości wykładnika potęgi można obniżyć wysokość kosztu tego zabezpieczenia, co niewątpliwie zwiększa atrakcyjność asymetrycznych opcji potęgowych wśród instrumentów zabezpieczających.

## SUMMARY

Power option are nonlinear payoff options which are characterised by the payoff which is a nonlinear function of the underlying instrument's price.

The article presents the issues connected with the symmetric and asymmetric power options: instrument characteristics, payoff function, the influence of the underlying instrument's current price on the option price and on the performance of the delta coefficient for the symmetric and asymmetric power options.

The empirical illustration show in the article is exemplified by the pricing simulation of the options drawn on EUR/PLN.

dr Ewa Dziawgo, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu